THE FREE INDOLOGICAL COLLECTION

WWW.SANSKRITDOCUMENTS.ORG/TFIC

FAIR USE DECLARATION

This book is sourced from another online repository and provided to you at this site under the TFIC collection. It is provided under commonly held Fair Use guidelines for individual educational or research use. We believe that the book is in the public domain and public dissemination was the intent of the original repository. We applaud and support their work wholeheartedly and only provide this version of this book at this site to make it available to even more readers. We believe that cataloging plays a big part in finding valuable books and try to facilitate that, through our TFIC group efforts. In some cases, the original sources are no longer online or are very hard to access, or marked up in or provided in Indian languages, rather than the more widely used English language. TFIC tries to address these needs too. Our intent is to aid all these repositories and digitization projects and is in no way to undercut them. For more information about our mission and our fair use guidelines, please visit our website.

Note that we provide this book and others because, to the best of our knowledge, they are in the public domain, in our jurisdiction. However, before downloading and using it, you must verify that it is legal for you, in your jurisdiction, to access and use this copy of the book. Please do not download this book in error. We may not be held responsible for any copyright or other legal violations. Placing this notice in the front of every book, serves to both alert you, and to relieve us of any responsibility.

If you are the intellectual property owner of this or any other book in our collection, please email us, if you have any objections to how we present or provide this book here, or to our providing this book at all. We shall work with you immediately.

-The TFIC Team.

कर्मशाला परिकलन
[WORKSHOP CALCULATION]

यांत्रिक तथा विद्युत् ट्रेडस के लिए

कर्मशाला परिकलन

(भारत सरकार के श्रम मन्त्रालय द्वारा प्रकाशित पुस्तक WORKSHOP CALCULATION का हिन्दी रूपान्तर)

रूपांतरकार

गुरबचन सिंह नारंग

विभागाध्यक्ष यांत्रिक विभाग

हरियाणा बहुतकनीकी नीलोखेड़ी

हरियाणा साहित्य अकादमी, चण्डीगढ़

© हरियाणा साहित्य अकादमी, चण्डीगढ़ (हिन्दी संस्करण) : 1987
© श्रम मन्त्रालय, भारत सरकार, दिल्ली (अंग्रेजी संस्करण) : 1971

भारत सरकार के मानव संसाधन विकास मन्त्रालय की प्रादेशिक भाषाओं में विश्वविद्यालय स्तरीय ग्रन्थ निर्माण योजना के अन्तर्गत हरियाणा साहित्य अकादमी के तत्वावधान में प्रकाशित ।

प्रथम संस्करण : 1987
प्रतियां : 2200
मूल्य : बाईस रुपये (Rs. 22/-)

मुद्रक : मैसर्ज़ परनामी प्रिंटिंग प्रैस, महेशपुर, पंचकूला (अम्बाला)

प्रस्तावना

विश्वविद्यालय स्तर पर मानविकी तथा विज्ञान में विभिन्न विषयों का शिक्षण हिन्दी माध्यम से हो सके, इसके लिए हिन्दी भाषा में मानक ग्रन्थों का उपलब्ध होना आवश्यक है। ऐसे ग्रन्थों को उपलब्ध करवाने में अन्य हिन्दी ग्रन्थ अकादमियों के साथ हरियाणा साहित्य अकादमी भी कार्यरत है। इस अकादमी द्वारा विभिन्न विषयों के अब तक अनेक ऐसे ग्रन्थ प्रकाशित किए गए हैं जिनमें से अत्यधिक के द्वितीय, तृतीय एवं चतुर्थ संस्करण निकाले जा चुके हैं। प्रस्तुत पुस्तक **कर्मशाला परिकलन** इस शृंखला की 125वीं कड़ी है।

कर्मशाला परिकलन की मूल अंग्रेज़ी पुस्तक श्रम मन्त्रालय, भारत सरकार द्वारा तैयार की गई है और इसका हिन्दी रूपान्तर श्री गुरबचन सिंह नारंग, विभागाध्यक्ष यान्त्रिक विभाग हरियाणा बहुतकनीकी, नीलोखेड़ी द्वारा किया गया है। यह पुस्तक तकनीकी शिक्षा विभाग के परामर्श पर आई० टी० आई० के विद्यार्थियों के लिए प्रकाशित की जा रही पांच पुस्तकों में से एक है। पुस्तक में अभ्यासों को रेखाचित्रों द्वारा सहज बनाया गया है। आशा है कि आई० टी० आई० के अध्यापकों और छात्रों के लिए प्रस्तुत पुस्तक उपयोगी सिद्ध होगी।

कृष्णचन्द्र शर्मा

निदेशक
हरियाणा साहित्य अकादमी,
चण्डीगढ़

परिचय

इस पाठ्य पुस्तक में किया जाने वाला संग्रह 'कर्मशाला परिकलन' (Workshop Calculation) से सम्बन्धित है जो कि क्राफ्टस मैन ट्रेनीज के निर्धारित पाठ्यक्रम के अनुसार है तथा धातु कार्य और विद्युत् शाला के ट्रेडों के अपरेंटिस के लिए भी है।

कर्मशाला परिकलन का ज्ञान बहुत ही अनिवार्य है क्योंकि इससे क्राफ्टस मैन की समस्याओं को कर्मशाला स्थल में प्रत्येक ट्रेड को सहायता मिलती है। लेकिन विद्यार्थियों को यह विषय पढ़ाने में बहुत ही कठिनाई होती है क्योंकि मार्कीट में क्राफ्टसमैन स्तर की योग्य पुस्तकों का अभाव है। पुस्तकें जो कि आम तौर पर मार्कीट में उपलब्ध हैं, वे बहुत अत्यधिक शैक्षणिक हैं जिनकी विद्यार्थियों द्वारा प्रशंसा नहीं की जाती। कुछ पुस्तकों में केवल कार्यशाला की ही समस्याओं को दिया गया है तथा अंकगणित, बीज गणित और रेखागणित के आधारभूत (मौखिक) सिद्धांतों को नहीं दिया गया है।

इस पुस्तक में किए जाने वाले संग्रह का ध्येय विद्यार्थियों को ऐसी योग्य पुस्तक उपलब्ध कराना है जोकि कर्मशाला परिकलन से सम्बन्धित हो और जिसमें गणित तथा कार्यशाला की समस्याओं की विभिन्न ट्रेडस की मूल जानकारी हो। इस बात की भी संभावना है कि इस से निदेशकों को क्राफ्टसमैन का विषय पढ़ाने में मार्ग दर्शन के लिए सहायक हो।

इस पुस्तक में मीटरिक पद्धति का अनुसरण किया गया है और विशेष प्रयत्न किये गये हैं ताकि विद्यार्थियों को एस. आई. यूनिट की जानकारी भी दी जा सके। आकृतियों में सभी पैमाईश मिलीमीटर में दर्शाये गये हैं। फाइनल टैस्ट पेपरस में कुछ महत्वपूर्ण प्रश्नों को लिया गया है और इस पुस्तक में दिया गया है। ताकि विद्यार्थियों को फाइनल ट्रेड टैस्ट के स्टैंडर्ड प्रश्नों के बारे में जानकारी हो सके।

—गुरबचन सिंह नारंग

निदेशक मार्गदर्शक

इस पुस्तक में विषय सामग्री को तीन भागों में बाँटा गया है। पहला भाग अंकगणित, बीजगणित त्रिकोणमिति तथा मैन्सुरेन्स की मूल जानकारी से सम्बन्धित है तथा शाप (कर्मशाला) की समस्याओं के प्रयोग के बारे में शामिल किया गया है। इस प्रकार पहला भाग सामान्य है तथा सभी ट्रेडों के विद्यार्थियों के लिए है। इस पाठ्य पुस्तक का दूसरा भाग विभिन्न ट्रेडों के लिए अलग से दिखाया गया है। तीसरे भाग में गणित की प्रसिद्ध सारणियां दी गई हैं जोकि विद्यार्थियों तथा निदेशक के लिए सहायक हैं जिससे कठिनाईयों का समाधान किया जा सके। इस भाग में निदेशक के पथ प्रदर्शन के लिए निर्देश पुस्तकें अध्याय अनुसार दी गई हैं।

प्रस्तुत अध्याय में विषय सूची क्रमानुसार दिखाई गई है जो कि प्रशिक्षण शास्त्र के नियम क्रमेश, विदित से अविदित, सरल से कठिन पर आधारित है ताकि विद्यार्थियों को मनचाही जानकारी उचित ढंग से प्राप्त हो।

प्रत्येक अध्याय में पर्याप्त अच्छे-अच्छे उदाहरण दिए हुए हैं ताकि विद्यार्थियों ने सिद्धांत जो कि उन्होंने पहले पढ़े हुए है के उपयोग से जानकारी कर सके। प्रत्येक अध्याय के अन्त में उचित अभ्यास उदाहरणें विद्यार्थी के पूर्ण अभ्यास के लिए दिए गये हैं। यह भी आशा की जाती है कि निदेशक इस योग्य होगा कि वह अतिरिक्त प्रश्नों का रूपांकन कर सकेगा। उसी दिशा में वह सोचेगा कि इसमें और अभ्यास की क्या आवश्यकता है।

देश में अब मीट्रिक प्रणाली अपनाई गई है। इसलिए पुस्तक में वही प्रयोग में लाई गई है। परन्तु फिर भी यदि निदेशक चाहे तो कोई उदाहरण फुट-पाउंड-सैकिंड। अन्तराष्ट्रीय पद्धति में उचित सुधार सहित प्रत्येक अध्याय के अन्न में दिए गए उदाहरणों से ले सकता है।

कक्षा में एस. आई (अन्तराष्ट्रीय प्रणाली) प्रणाली का परिचय देते समय निदेशक को विशेष ध्यान देना चाहिए। यह अन्तराष्ट्रीय प्रणाली होने के नाते इस पुस्तक में दी गई है यद्यपि इसे पाठ्यक्रम में शामिल नहीं किया गया है। सभो मौलिक इकाईयों तथा गुणनखण्ड, रूपान्तर का भी इस पुस्तक के अध्याय 2 में वर्णन किया गया है।

अनुक्रम

भाग : 1

सभी ट्रेडस के लिये सामान्य प्रश्न
(यान्त्रिक तथा विद्युत्)

अध्याय 1 संख्याएँ और प्रारम्भिक अंकगणित कार्य 1—12

जोड़ सम्बन्धी घटाना, गुणा और सारी संख्याओं की भाग, भिन्न और दशमलव, भिन्न को दशमलव में बदलना और उसके विपरीत यानि (दशमलव की भिन्न में बदलना) सरल करना, ऊपर के आपरेशन की कर्मशाला प्रश्न के लिए एप्लीकेशन

अध्याय 2 इकाई और माप 12 22

ब्रिटिश इकाई की प्रणाली, मिट्रिक और एस आई इकाईयां, लम्बाई की विभिन्न इकाईयां, क्षेत्रफल आयतन, धारिता भार, समय, कोण, तापमान, बल, कार्य, घात और ऊर्जा, उनका समान्तर, प्रश्न ।

अध्याय 3 घात और मूल 23—26

गुणनखण्ड, घात, आधार, घातांक, गुणा और घात की भाग, एक संख्या का मूल, वर्गमूल अंकगणित द्वारा और प्रश्न ।

अध्याय 4 प्रतिशत 27—29

प्रतिशत, प्रतिशत को दशमलव और भिन्न में वदलना तथा इसके विपरीत प्रश्न !

अध्याय 5 अनुपात और समानुपात 30—36

अनुपात, पद निकालना और अनुपात, समानुपात, प्रत्यक्ष समानुपात और अप्रत्यक्ष समानुपात, कर्मशाला प्रश्न के लिए अनुपात और समानुपात की एप्लीकेशन-समान त्रिभुजें, अज्ञात ऊंचाई ज्ञात करना, उत्तोलक, द्रवचालित मशीन इत्यादि मिश्रित प्रत्यक्ष और अप्रत्यक्ष समानुपात !

अध्याय 6 बीजगणित चिह्न और प्रारम्भिक बीजगणित आपरेशन 37—43

चिह्न और प्रतीक बीजगणित में प्रयोग होने वाले, गुणांक, व्यजक, सजातीय पद और विजातीय पद, बीजगणित जोड़, घटाना, गुणा और भाग, घात और घातांक के नियम, पेज सरल करना, प्रश्न

अध्याय 7 गुणनखण्ड और समीकरण 44—55

बीजगणित सूत्र, गुणनखण्ड और विभिन्न प्रकार की भिन्न, सरल समीकरण, युगगत. द्विघात समीकरण एप्लीकेशन वनावट और समीकरणों द्वारा प्रश्नों के हल ;

अध्याय 8 लघुगुणांक और लघुगुणांक सारणी के लाभ 56—6(

लघुगुणांक, लघुगुणांक और घातांक, लघुगुणक को कैसे लेते हैं, लघुगुणक का प्रयोग और एण्टीलाग सारणी, अंकगणि आपरेशन जिन में लघुगुणक लाग कर आकलन प्रश्नों का हल ; प्रश्न

अध्याय 9 ज्यामिती 61—0!

मौलिक ज्यामिती परिभाषाएं , कोण और कोणों की विशेषताएं, त्रिभुजों और त्रिभुजों की विशेषताएं, पाईथागोर प्रमेय, समान त्रिभुजों की विशेषताएं, आयत, वर्ग ममान्तर चतुर्भुज रोम्बस इत्यादि ! और उनकी विशेषताएं, वृ और वृत की विशेषताएं, समबाहु वहुभुज, कर्मशाला प्रश्नों के लिए ज्यामिती का प्रयोग !

अध्याय 10 मैनसुरेशन 70—9

प्लेन आकृतियां - त्रिभुज, वर्ग, आयत, समान्तर चतुर्भुज टरोपिजम, टरेपिजाइड, समबाहु बहुभुज, वृत, खाली वृ वृत का सैक्टर वृत का सेगमेंट, अण्डाकार और फिलेट, ठोस आकृतियां-प्रिज्म, बेलन, पिरामिड, कोण, पिरामिड व फरसटरम, कोण का फरसटरम, गोला, टोरस और सफेरिकल सेगमेंट, पदार्थ भार और कीमत, प्रश्न

अध्याय 11 त्रिकोणमिति 95—103

त्रिकोणमितिय अनुपात, त्रिकोणमितीय सारणी का प्रयोग, त्रिभुज का क्षेत्रफल, त्रिकोणमिती से ऊंचाई और दूरी ज्ञात करना ! कर्मशाला प्रश्नों के लिए त्रिकोणमिति की एप्लीकेशनस!

अध्याय 12 रेखाचित्र 91—94

भाग-2 भिन्न-2 प्रकार के विषय सम्बन्धी प्रश्न

भाग 2 : भिन्न-भिन्न प्रकार के विषय सम्बन्धी प्रश्न-95

अध्याय 13 कर्मशाला परिकलन के प्रश्न जो कि अपरेन्टिस के ग्रुप 1,3,6,9 से सम्बन्धित है ! 109—129

सरफेंस स्पीड, ड्रिलिंग के लिए मशीनिंग समय ज्ञात करना ; फीड; कर की गहराई और धातु जो खराद पर काटी गई उसका आयतन ; खराद पर कार्य करते समय मशीनिंग टाईप; टेपर टर्निंग; खराद पर चूरी काटना, मिलिंग के लिए मशीनिंग समय; गियर के लिए हल करना; गियर के चिह्न, डिवाईडिंग हैड; साधारण तथा कम्पाऊंड डिफरैन्सियल इनडैक्सिंग; हेलीकल सलारस तथा की वे की मिलिंग करना रीडेक्शन फैक्टर, वेल्डिंग, शीट मैटल वर्किंग

अध्याय 14 कर्मशाला के प्रश्न जो कि अपरेन्टिस के ग्रुप दूसरे से सम्बन्धित है । 130—131

अध्याय 15 कर्मशाला के प्रश्न जो कि आपरेन्टिस के ग्रुप चार से सम्बन्धित है ! 132—138

धारा; वोल्टेज और प्रतिरोधिता; क्रमरूप से और समान्तर रूप से सम्बन्ध; प्रतिरोधिता; विद्युत शक्ति; गिरता हुआ प्रतिरोध; वोल्टेज में कमी आना

भाग-3 परिशिष्ट

सारणी—1 : रूपान्तर सारणी इंचों से मि. मीटर 140

सारणी—2 : रूपान्तर सारणी मि. मीटर से इंच 140

सारणी—3 : पदार्थ का घनत्व 141

सारणी—4 : ग्रीक रल्फाबेट 141

सारणी—5 : अंकगणित सारणी 142—145

सारणी—6 : लघुगुणांक और एण्टीलागरीयमिक सारणी 150—155

चुना हुआ प्रतिनिर्देश

भाग–1

कर्मशाला परिकलन

सभी ट्रेड्स के लिए सामान्य प्रश्न
(यान्त्रिक तथा विद्युत्)

अध्याय-1

संख्याएँ और प्रारम्भिक अंकगणित कार्य

संख्याएं : हम अपने दैनिक जीवन में चीजों को गिनने के लिए संख्याओं का प्रयोग करते हैं। क्रियात्मक समस्याओं को हल करने के लिए संख्याएँ प्रयोग की जाती हैं :

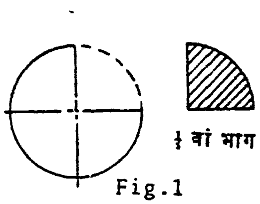
निम्नलिखित पद समस्याओं को सुलझाने के लिए प्रयोग किये जाते हैं।

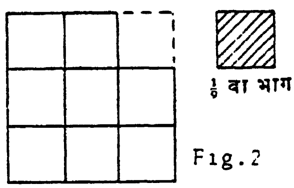
(क) पूर्ण संख्या 1, 2, 3, 4 इत्यादि

(ख) **भिन्न :** एक भिन्न एक पूर्ण मात्रा का एक भाग है जो कि साधारण रूप में जैसे कि $\frac{क}{ख}$ जहाँ क तथा ख पूर्ण संख्याएँ हैं।

$$भिन्न = \frac{क\ अंश}{ख\ हर}$$

उदाहरण :





चित्र-1 **चित्र-2**

चित्र एक में एक वृताकार भाग 4 बराबर भागों में बंटा हुआ है : एक भाग वृताकार का एक चौथाई है। इसी तरह चित्र-2 में एक भाग बराबर है $\frac{1}{9}$

नोट : यदि हम भिन्न या भाग के साथ काम करें तो यह एक का हिस्सा है।

(ग) **दशमलव :** एक दशमलव भिन्न वह भिन्न है जो कि 10;100; 1000; या कुछ दूसरे 10 के गुणात्मक, भिन्न के हर, प्राय: प्रदर्शित नहीं, परन्तु एक बिन्दु के माध्यम से अंश के बायीं ओर संकेतिक किया जाता है। लिखने में दशमलव, एक शून्य प्राय: दशमलव बिन्दु के बायीं ओर रखा जाता है। जब कोई पूर्ण संख्या न हो।

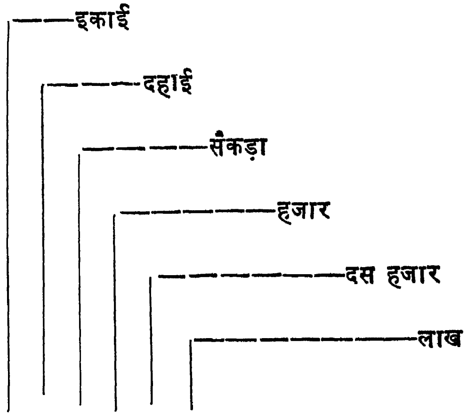
उदाहरण :

$0.9 = \frac{9}{10}$ 9 का दशवां भाग पढ़ा जाएगा।

$0.09 = \frac{9}{100}$ 9 का सौवां भाग पढ़ा जाएगा।

$0.009 = \frac{9}{1000}$ 9 का हजारवां भाग पढ़ा जाएगा।

दशमलव स्थानों का मान



$\frac{1}{100000} = 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0$

मौलिक अंकगणित क्रिया

जमा + दो या दो से अधिक संख्याओं को जोड़ना।	घटा (—) एक संख्या से दूसरी संख्या का निकालना।
भिन्न : दी हुई सभी भिन्नों को इस तरह बदलो ताकि उनका हर एक जैसा हो ; अब जमा और घटा करो।	
$\frac{1}{2} + \frac{2}{3} = \frac{3}{6} + \frac{4}{6}$ $\frac{3+4}{6} = \frac{7}{6} = 1\frac{1}{6}$	$\frac{3}{4} - \frac{2}{3} = \frac{9}{12} - \frac{8}{12}$ $\frac{9-8}{12} = \frac{1}{12}$
दशमलव : पूर्ण संख्याओं के रूप में एक को दूसरी के नीचे इस तरह छिपाओ ताकि दशमलव बिन्दु, दशमलव बिन्दु के नीचे आए।	
14.370 2.030 ——— 16.400	14.370 2.030 ——— 12.340

गुणा $\times$

वह साधन जिसके द्वारा एक संख्या को दी हुई संख्या का गुणा।

भाग $\div$

वह साधन जिस के द्वारा यह पता चले कि कितनी बार एक संख्या दी हुई संख्या में रखी है।

हर को हर से तथा अंश को अंश से गुणा करो।

$$\frac{2}{2}\times\frac{3}{4}=\frac{2}{4}\times\frac{3}{4}=\frac{6}{12}=\frac{1}{2}$$

पूर्ण संख्याओं के रूप में दशमलव बिन्दु को गुणनफल में उतने स्थानों तक रखो जितने आप गिन सकते हैं। (बायीं ओर से) शून्य को जमा करो यदि जरूरत पड़े।

1.4 $\times$ 0.02   14 $\times$ 2 = 28

1   2   2.028

3   दशमलव स्थान —

दूसरी भिन्न के उल्टे को पहली भिन्न से गुणा करो।

$$\frac{3}{4}\div\frac{2}{3}=\frac{3}{4}\times\frac{3}{2}=\frac{9}{8}=1\frac{1}{8}$$

पूर्ण संख्या प्राप्त करने के लिए आवश्यकतानुसार दशमलव बिन्दु को दोनों संख्याओं में दायीं ओर से दूर रखो।

दशमलव बिन्दु को दायीं ओर से 2 दशमलव स्थानों तक रखो।

1.5 $\div$ 0.25 = 150 $\div$ 25 = 6

1   2

बायीं ओर से दशमलव बिन्दु दो स्थानों तक।

साधारण भिन्न को दशमलव भिन्न में बदलना

साधारण भिन्न के अंश को हर से भाग दो। न्य शूको दशमलव बिन्दु के बाद जमा करो; आवश्यकतानुसार।

उदाहरण : (1) साधारण भिन्न $\frac{2}{5}$ को दशमलव भिन्न में बदलो।

```
     0.4
5) 20 (
   20
   --
    x
```

(2) भिन्न $\frac{11}{12}$ को दशमलव भिन्न में बदलो।

```
      0.91666
12)  11 0  (
     10.8
     ----
       20
       12
      ---
       80
       72
      ---
       80
       72
      ---
        80
        72
       ---
         8
```

दशमलव भिन्न को साधारण भिन्न में बदलना

दशमलव, भिन्न के हर 10, 100, 1000 आदि की तरह माना जाता है।

उदाहरण : (1) इसी तरह $0.6875 = \frac{6}{10} + \frac{8}{100} + \frac{7}{1000} + \frac{5}{10000}$

25 से काट कर ÷ $= \frac{6875}{10000} = \frac{275}{400}$

और दोबारा 25 से काट कर ÷ $= \frac{275}{400} = \frac{11}{16}$

(2) इसी प्रकार 2.375 $= 2 + \frac{3}{10} + \frac{7}{100} + \frac{5}{1000}$

25 से काट कर $= 2 + \frac{375}{1000}$

दोबारा 5 से काट कर $= 2 + \frac{15}{40}$

$= 2 + \frac{3}{8}$

$= 2\frac{3}{8}$

उदाहरण : (क) दशमलव लिखो जैसे : $\frac{7}{10}$; $\frac{9}{100}$

(ख) भिन्न लिखो जैसे : 0.25; 0.125 (ग्रुप 5, 2 वर्ष, प्रारम्भिक)

उत्तर : (क) $\frac{7}{10}$ इस प्रकार

```
     0.7
10 ) 70 (
     70
    ----
     ×
```

$\frac{9}{100}$ इस प्रकार

```
      0.09
100 ) 900 (
      900
     -----
      ×
```

(ब) इसलिए $0.25 = \frac{2}{10} + \frac{5}{100}$

$= \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$ (25 से काटने पर)

इसलिए $0.125 = \frac{1}{10} + \frac{2}{100} + \frac{5}{1000}$

$= \frac{125}{1000} = \frac{5}{40}$ (25 से काटने पर)

$= \frac{1}{8}$ (5 से काटने पर)

2. एक कर्मशाला में चार फिटर तथा दो साथियों (मेटस) का साप्ताहिक वेतन 48 रु० था। यदि फिटर, साथी (मेट) से $1\frac{1}{2}$ गुना कमाता हो तो प्रत्येक का साप्ताहिक वेतन निकालो ?

(ग्रुप 2, क्राफ्टसमैन ट्रेड टैस्ट, जुलाई, 1972)

फिटर, साथी (मेट) से $1\frac{1}{2}$ गुना कमाता है

∴ 4 फिटर कमाते हैं $= 4 \times 1\frac{1}{2} = 4 \times \quad = 6$ गुना

2 साथी कमाते हैं $= 2 \qquad = 2$ गुना

कुल $= 8$ गुना

(फिटर+साथी) कमाते हैं $= 48$ रु०

इसलिए एक साथी कमाता है $= \frac{48}{8}$

$= 6$ रु०

∴ एक फिटर कमाता है $= 6 \times 1\frac{1}{2}$

$$= \frac{6 \times 3}{2}$$

$= 9$ रु० उत्तर

3. सरल कीजिए :—

$$\frac{7\frac{7}{8} \times 1\ 6 - 0.04 \times 150}{.16 \times .25 + 1\frac{3}{16} \times .25}$$

$$= \frac{6\frac{3}{8} \times 1\frac{6}{10} - \frac{4}{100} \times 150}{\frac{16}{100} \times \frac{25}{100} + \frac{19}{16} \times \frac{25}{100}}$$

$$= \frac{\frac{63}{8} \times \frac{16}{10} - \frac{4}{100} \times 150}{\frac{16}{100} \times \frac{25}{100} + \frac{19}{16} \times \frac{25}{100}}$$

$$= \frac{\frac{63}{5} - 6}{\frac{1}{25} + \frac{19}{64}} = \frac{\frac{63-30}{5}}{\frac{66+475}{1600}}$$

$$= \frac{33}{5} \times \frac{1600}{539}$$

$$= \frac{960}{49} = 19\frac{29}{49}$$

4. सरल कीजिए :—

$$1 + \frac{3}{2 - \frac{1}{4 - 3\frac{3}{8}}}$$

$$= 1 + \frac{3}{2 - \frac{1}{4 - 2\frac{7}{8}}} \qquad = 1 + \frac{3}{2 - \frac{1}{\frac{5}{8}}} \left\{ \begin{array}{l} 4 - 2\frac{7}{8} = \frac{5}{8} \\ \frac{1}{\frac{5}{8}} = 1 \div \frac{5}{8} = \frac{8}{5} \end{array} \right.$$

$$= 1 + \frac{3}{2 - \frac{8}{5}} = 1 + \frac{3}{\frac{2}{5}} \left[2 - \frac{8}{5} = \frac{2}{5}\right]$$

$$= 1 + \frac{3 \times 5}{2} = 1 + \frac{15}{2}$$

$$= \frac{17}{2} = 8\frac{1}{2} \text{ उत्तर}$$

5. अनेक प्रतिरोध, जो कि समानान्तर में जुड़े हुए हैं, का कुल प्रतिरोध निम्नलिखित फार्मूले से दिया जाता है :

$$= \frac{1}{R} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_3}$$

यदि $r_1 = 5$, $r_2 = 4$ तथा $r_3 = 3$ हों तो R ज्ञात कीजिए।

दिया हुआ फार्मूला :

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_3}$$

दिया है : $r_1 = 5$

$r_2 = 4$

$r_3 = 3$

r_1, r_2, r_3 की कीमत दिये हुए फार्मूले में रखने पर

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{5} + \frac{1}{4} + \frac{1}{3} = \frac{12+15+20}{60}$$

$$= \frac{47}{60}$$

$$\therefore \quad \frac{1}{R} = \frac{47}{60}$$

$$\therefore \quad R = \frac{60}{47} = 1\frac{13}{47} \text{ उत्तर}$$

6. तीन पाइप एक टैंक को क्रमश: 6, 5 तथा 4 घंटे में खाली कर सकके हैं। टैंक खाली होने में कितना समय लगेगा यदि तीनों पाईप इकट्ठे चला दिए जाएं।

क्योंकि पहला पाईप टैंक को 6 घंटे मे खाली कर सकता है, इसलिए यह टैंक का $\frac{1}{6}$ भाग 1 घंटे में खाली कर सकता है इसी प्रकार दूसरा पाईप टैंक $\frac{1}{5}$ भाग 1 घंटे में खाली कर सकता है तथा तीसरा पाइप $\frac{1}{4}$ भाग 1 घंटे में खाली कर सकता है। इसलिए तीन पाइप $\frac{1}{6} + \frac{1}{5} + \frac{1}{4} = \frac{37}{60}$ भाग 1 घंटे में खाली कर सकते हैं। टैंक को पूरी तरह से खाली करने के लिए, जबकि तीनों पाईप इकट्ठे चलाए जाएं, समय लगेगा, $1 \div \frac{37}{60}$

$$= 1 \times \frac{60}{37} = 1\frac{23}{37} \text{ घंटे}$$

उत्तर : $1\frac{23}{37}$ घंटे।

अभ्यास :

निम्नलिखित का मान निकालिये :

1. (i) $4\frac{1}{2} + 1\frac{3}{4} + 5\frac{4}{5}$ (ii) $147\frac{5}{9} + 61\frac{7}{2} + \frac{22}{81} + 258 + \frac{73}{18}$

उत्तर : $12\frac{1}{20}$ उत्तर : $474\frac{31}{81}$

(iii) जमा कीजिए :

36.036, 7.004, 0.00236, 427, 723.0026

उत्तर : 1193.04496

(iv) जमा कीजिए :

8.4, 0.0105, 1.0055

उत्तर : 9.416

2. (i) $\frac{1}{6} - \frac{1}{30} - \frac{1}{120}$ (ii) $18\frac{91}{100} - 15$

उत्तर : $\frac{1}{8}$ उत्तर : $3\frac{91}{100}$

(iii) 9876.5—0.0011 उत्तर : 9876.4989

(iv) 6.5—1.4142 उत्तर : 5.0858

3. (i) $\frac{63}{720} \times 108$ उत्तर : $9\frac{9}{20}$

(ii) $\frac{11}{12} \times 3\frac{3}{4} \times 5\frac{1}{6} \times \frac{10}{33} \times 7\frac{4}{5}$ उत्तर : $41\frac{47}{48}$

(iii) $8.4 \times 0.0105 \times 1.0055$ उत्तर : 0.0887

(iv) 90.58×2.2046 उत्तर : 199.6927

4. (i) $910\frac{11}{12} \div 13$ उत्तर : $70\frac{11}{156}$

(ii) $\dfrac{\frac{1}{4} \times \frac{2}{5} + \frac{3}{10} \times \frac{1}{3}}{\frac{11}{16} \times \frac{1}{5} + \frac{7}{32} \times \frac{3}{5}}$ उत्तर । $\frac{22}{43}$

(iii) $0.4375 \div 0.125$ उत्तर : 3.5

(iv) $33\ (6.25) \div 8.25$ उत्तर : 25

5. निम्नलिखित को हल कीजिए :—

(i) $\dfrac{\frac{3}{4} - \frac{3}{5}}{\frac{3}{8} + \frac{3}{16}}$ उत्तर : $\frac{4}{15}$ (ग्रुप 2, जुलाई, 1970)

(ii) $\dfrac{\frac{3}{4} \times \frac{15}{22} \div \frac{9}{16} + \frac{1}{2}}{1.125}$ उत्तर : $1\frac{25}{99}$

(iii) $\dfrac{8.2 \times 2.5 \times 10.8 \times 0.96}{41 \times 200 \times 1.2}$ दशमलव के चार अंकों तक उत्तर : 0.0216

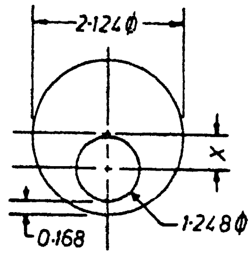
(iv) $\dfrac{(\frac{1}{2} \div 3\frac{1}{4}) \times 0.00025}{0.075}$ उत्तर : 0.0005128

6. $\dfrac{5\frac{1}{5}}{7\frac{1}{5}}$ तथा $\dfrac{4\frac{1}{4}}{8\frac{1}{8}}$ को जमा करो, परिणाम को $(\frac{8}{68} \div \frac{9}{10})$ से भाग करो तथा परिणाम को दशमलव में बदलो।

उत्तर : 9.10625

7. इसेंटरिक शाफट का ऐंड वियू चित्र में दिखाया गया है। और शाफट तथा इसेंटरिक में कम से कम दूरी

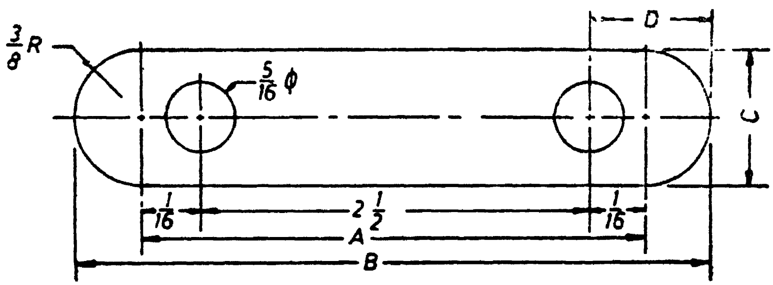
0.168 सैं. मी है जैसा कि दिखाया गया है। इसैन्ट्रीसिटी ज्ञात करो। उत्तर : $\frac{27}{100}$ सैं. मी.



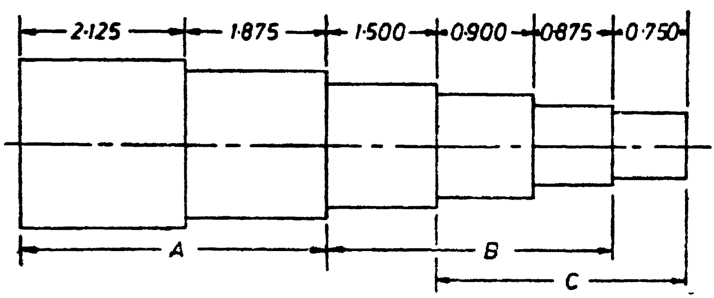
8. एक तालाब में दो इनसैट पाईप लगे हुए हैं। एक में तालाब को भरने की क्षमता 3 घण्टे में है और दूसरा 4 घण्टे में भरता है। खाली करने वाले पाईप उसको 5 घण्टे में खाली कर देते हैं। यदि सभी एक ही बारी खोल दिए जाएं तो कितना समय लगेगा उस को भरने में।

उत्तर : $2\frac{14}{23}$ घण्टे (ग्रुप 2, ट्रेड टैस्ट क्राफट्समैन के लिए, जुलाई, 1972)

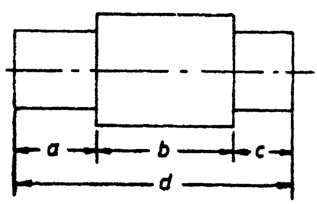
9. चित्र के ऊपर दूरी अ ब स और श ज्ञात करो नीचे दिखाया गया है सारी सामान्य भिन्नों को दशमलव भिन्नों में बदलते हुए।



10. अ, ब, स को सामान्य भिन्न में ज्ञात करो :—



11. यदि अ, ब तथा स क्रमश: 35 मि० मी०, 5 सैं० मी० तथा 45.5 मि० मी० हों तो द कितने मिलीमीटर होगा ? उत्तर : 130.5 मि० मी०



12. एक मिश्रण, जो कि घर्षण विरुद्ध धातु है, में $\frac{37}{1000}$ तांबा, $\frac{111}{125}$ टिन तथा $\frac{3}{40}$ एन्टीमनी है। 1250 किलोग्राम मिश्रण में प्रत्येक धातु का भार ज्ञात कीजिए।

उत्तर : $46\frac{1}{4}$ कि० ग्रा०, 1110 कि० ग्रा०, $93\frac{3}{4}$ कि० ग्रा०

13. तीन पाईप जिनके नम्बर 1, 2 तथा 3 हैं, एक टैंक से निकलते हैं। पाईप नं० 1 टैंक को 8 में घंटे खाली कर सकता है; पाईप 2 इसे 6 घण्टे में खाली कर सकता है; तथा पाईप 3 इसे 2 घण्टे में खाली कर सकता है। टैंक को खाली होने में कितने घंटे लगेगें यदि सभी तीन पाईप इकट्टे खोल दिए जाएं। उत्तर : $1\frac{5}{19}$ घण्टे

14. एक ठेकेदार ने एक घर 40 दिन में बनाना है। यदि 16 आदमी 30 दिन के लिए काम करते हैं और आधा काम करते हैं, अगले 10 दिनों में कितने आदमी काम करें ताकि घर समय पर बन जाए? उत्तर : 48

15. एक खराद का टूल एक चक्कर में 0.16 सैं० मी० आगे बढता है। टूल को 2.4 सैं० मी० आगे बढ़ाने के लिए कितने चक्कर चाहिएं? टूल को अपनी प्रारम्भिक अवस्था से 1.44 सैं० मी० तक ले जाने के लिए उलटी दिशा में कितने चक्कर चाहिएं? उत्तर : 15 चक्कर तथा 6 चक्कर

16. एक मोटर शक्ति का $\frac{7}{8}$ भाग देती है जितना कि ये लेती है। यदि ये 6 अश्व शक्ति लेती है तो कितनी शक्ति देगी?
उत्तर : $5\frac{1}{4}$ अश्व शक्ति

17. कुल वोल्टेज ज्ञात करो जब तीन $1\frac{1}{2}$ वोल्ट के शुष्क सैल सीरीज़ में जोड़े गए हों? उत्तर : $4\frac{1}{2}$ वोल्ट

18. तीन $1\frac{1}{2}$ वोल्ट के ड्राई सैल जो कि सीरीज़ में जोड़े गये हैं उनकी कुल वोल्टेज सप्लाई ज्ञात करो?

उत्तर : $4\frac{1}{2}$ वोल्ट

19. यदि $\frac{1}{20}$ भाग ऊर्जा का एक मोटर में लगाया गया है और वह घर्षण, कापर तथा आयरन लौसिस में चला जाता है। यदि मोटर $\frac{2}{5}$ किलोवाट प्राप्त करें तो कितने किलोवट्ास का नुकसान हुआ है?

उत्तर : $\frac{1}{50}$ किलोवाट

10. डिस्ट्रीबियूसन सिस्टम में कुल वोल्टेज ड्राप ज्ञात करो यदि प्रत्येक सैक्शन में वोल्टेज ड्राप 1.06, 36.4 तथा 8 वोल्ट है। उत्तर : 45.46 वोल्टज़

21. $R_T = \frac{R_1 \times R_2}{R_1 \times R_2}$ फार्मूला प्रयोग करके, समानान्तर धारामण्डल, का कुल प्रतिरोध (R_T) ज्ञात कीजिए, यदि $R_1 = 30$ ओम् तथा $R_2 = 60$ ओम् हो।

उत्तर : 20 ओम्

अध्याय-2

इकाई और माप

इकाई : इकाई संहति, लम्बाई, टाईम इत्यादि की एक निश्चित मात्रा है। यह सरकार, बोर्ड ऑफ ट्रेड, अन्तर्राष्ट्रीय कमेटी आदि जनता द्वारा आसानी के लिए रखी है।

इकाई पद्धतियां :

○ ब्रिटिश पद्धति को फुट-पांऊड-सैकिण्ड (एफ. पी. एस.) पद्धति भी कहते हैं। यहां फुट, पांऊड तथा सैकिण्ड; लम्बाई, संहति और समय की मौलिक इकाईयां हैं।

○ मीट्रिक पद्धति, यहाँ मीटर, किलोग्राम और सैकिंड; लम्बाई संहति और समय की क्रमानुसार मौलिक इकाईयां हैं। मीट्रिक पद्धति बहुत से देशों में सी.जी.एस. पद्धति के नाम से फैल चुकी है। इस पद्धति में मौलिक इकाईयां सेंटी मीटर-ग्राम और सैकिण्ड है।

○ एस. आई. इकाईयां : 'अन्तंराष्ट्रीय पद्धति' इकाईयां (छोटे रूप में एस. आई. इकाईयां) मीट्रिक पद्धति में सुधार है। और यह दूसरी पद्धति इकाईयों की जगह प्रयोम और लागू हो सकती है जोकि गणित, साईंस (विज्ञान), अभियतिकी और टैकनोलोजी और सभी प्रकार की शिक्षा, फैक्टरी और कोमर्स आदि शाखाओं पर लागू है।

सारणी —I

7 मुख्य इकाईयां एस. आई. में

मात्रा	इकाई	संकेत
1. लम्बाई	मीटर	मी०
2. भार	किलोग्राम	कि०ग्रा०
3. समय	सैकिण्ड	सै०
4. विद्युत् धारा	एम्पीयर	ए
5. ऊष्ण यन्त्र क्रिया ताप	कैलविन	कै
6. प्रकाशिय तीव्रता	कैन्डेला	सीडी
7. पदार्थ की मात्रा	मौल	मॉल

अभी तक एस.आई. प्रणाली पूरी तरह प्रचलित नहीं हुई। लेकिन कैमिस्ट्री के फील्ड में शीघ्र ही प्रचलित हो जायेगी।

सारिणी-2		
एस. आई. सपलीमैन्टरी इकाईयां और संकेत		
मात्रा	इकाई	संकेत
1. सम क्षेत्र कोण	रेडियन	आर एडी
2. ठोस कोण	स्ट्रेडियन	एसधार

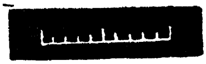
सारिणी-3

एस आई मानक के उपसर्ग

पूर्णभाजक और भाजक

उपसर्ग	संकेत	मान	
एटो	ए	0.000 000 000 000 000 001	10^{-18}
फेमटो	एफ	0.000 000 000 000 001	10^{-15}
पीको	पी	0.000 000 000 001	10^{-12}
नानो	एन	0.000 000 001	10^{-9}
माइक्रो	μ (मियु)	0.000 001	10^{-6}
मिली	एम	0.001	10^{-3}
सेंटी	सी	0.01	10^{-2}
डैसी	डी	0.1	10^{-1}
डैका	डीए	10	10
हैकटो	एच	100	10^{2}
किलो	के	1000	10^{3}
मैगा	एम	1000 000	10^{6}
गीगा	जी	1000 000 000	10^{9}
टेरा	टी	1000 000 000 000	10^{12}

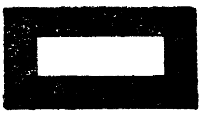
सारिणी—4
माप की इकाईयां



लम्बाई की माप

ब्रिटिश इकाईयां	मीट्रिक इकाई	रूपान्तर खण्ड
इन्च "	मिलीमीटर 1 मि ० मी	1 इंच = 25.4 मि० मी०
फुट 1 फुट = 12"	सैंटीमीटर 1 सैं० मी० = 10 मि० मी०	1 फुट = 30.48 सैं०मी०
यार्ड (गज)	डैसीमीटर 1 डैं० सी० = 10 सैं० मी०	1 गज = 0.914 मी०
1 गज = 3 फुट	मीटर 1 मी० = 10 डैं० मी०	1 मील = 1.61 कि०मी०
	100 सैं० मी० = 1000 मि० मी०	1 सैं० मी० = 0.3937"
फरलांग 1 = 220 गज	किलोमीटर 1 कि० मी० 1000 मी ०	1 मी० = 1.09 गज
मील 1 = 8 फरलाग	माईक्रान 1 = 0.001 मि० मी०	1 कि० मी० = 0.62 मील
= 1760 गज		

माप की इकाई
सारणी—4



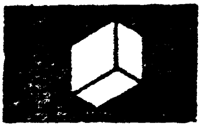
क्षेत्रफल के माप : क्षेत्रफल के दो परिमाप होते हैं इसलिए सीधे माप के लिए प्रयुक्त मात्रक

ब्रिटिश इकाई		मीट्रिक इकाई	
वर्ग इन्च	1 इंच^2	वर्ग मिलीमीटर	1 एम.एम.^{2}
वर्ग फुट	1 फुट^2 = 144 इंच^2	वर्ग सैं०मी०	1 सैं०मी०^2 = 100 एम.एम^2
वर्ग गज	1 गज^2 = 9 फुट^2	वर्ग डैसीमीटर	1 डैं०मी०^2 = 106 सैं०मी०^2
1 एकड़	= 4840 वर्ग गज	वर्ग मीटर	1 मी०^2 = 100डैं०मी०^2
640 एकड़	= 1 वर्ग मील	ऐर	1 ए = 100मी^{2}
			1 हैक्टर = 100 ए
		100 हैक्टर = 1 कि०मी०^2	

एस. आई. इकाईयां क्षेत्रफल की : वर्ग मीटर

रूपान्तर खण्ड

1 इंच^2 = 6.45 सैं०मी०^2	1 सैं०मी०^2 = 0.155 ईंच^2
1 फुट^2 = 0.093 मी०^2	1 मी०^2 = 1.196 गज^2
1 गज^2 = 0.836 मी०^2	1 हैक्टर = 2.47 एकड़
1 एकड़ = 0.404 हैक्टर	1 कि०मी०^2 = 0.386 वर्ग मील
1 वर्ग मील = 2.59 कि०मी०^2	



आयतन का माप

ब्रिटिश इकाईयां	मीट्रिक इकाईयां
क्युबिक ईंच (क्यु ईंच) 1 ईंच^3	क्युबिक मिलीमीटर 1 एम एम^3
क्युबिक फुट (क्यु फुट) 1 फुट^3 = 1728"^{3}	क्युबिक सैं०मी० 1 सैं. मी. = 1000 एम एम^3
क्युबिक गज (क्यु गज) 1 गज^3 = 27 फुट^3	क्युबिक डैं०मी० 1 डैं०मी०^3 = 1000 सैं०मी०^3
	क्युबिक मी० 1 मी०^3 = 1000 डैं०मी०^3

रूपान्तर खण्ड

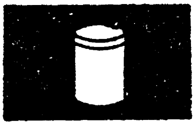
1 क्यु इंच = 16.387 सैं०मी०^3 1 सैं०मी० = 0.061 क्यु इंच

1 क्यु फुट = 28.317 डैं०मी०^3 1 डैं०मी०^3 = 61.0234 क्यु इंच

एस आई आयतन की इकाईयां = क्युबिक मी० (मी० ^{3}

माप की इकाईयां

सारिणी – 4



घन परिमाण का माप : घन परिमाण आयतन और जगह को दर्शाता है और यह तरल को मापने के लिए प्रयोग किया जाता है।

ब्रिटिश इकाईयां	मीट्रिक इकाईयां		रूपान्तर भाज्य खण्ड
4 गिल्ल = 1 पिंट	मिलीलिटर	1 मि०ली०	1 पिंट = 0.568 लिटर
2 पिंट = 1 क्वार्ट	सैं०मी०	1 सी.एल. = 10 एम एल	1 गैलन (यू. के.)
4 क्वार्ट = 1 गैलन	डैसीलिटर	1 डैं०लि० = 100 सी एल	= 455 लिटर
(यू. के.)	1 लिटर	= डैं०लि०	1 लिटर = 1.76 पिंट
1 गैलन (यू.एस.)		= 1000 मि०लि०	= 0.219 गैलन
= 0.832 गैलन	हैक्टोलिटर	1 है०लि० 100 लि०	(यू.के.)
(यू. के.)	1 लिटर	= 1 क्यू डैसी मीटर	

एस आई इकाईयां के लिए लिटर (एल)

भार का माप भार वह बल है जिस के द्वारा पृथ्वी किसी वस्तु को अपनी ओर आकर्षित करती है।

ब्रिटिश इकाईयां		मीटर इकाईयां	
औंस	1 ओज (ओ०जड०)	मि० ग्राम	1 मिली ग्राम
पाऊंड	1 पाऊंड=16 ओज	ग्राम	1 ग्राम=1000 मि ग्रा०
चौथाई	1 चौथाई=28 पाऊंड	कि०ग्रा०	1 कि०ग्रा०=1000 ग्रा०
टन	1 टन=80 चौथाई	क्विन्टल	1 क्विन्टल=100 कि०ग्रा०
	=2240 पाऊंड	मीट्रिक टन	1 टन=1000 कि०ग्रा०
14 पाऊंड	= 1 स्टोन		

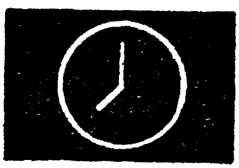
रूपान्तर खण्ड

1 ओज	=28.35 ग्राम	1 ग्रा०	=0.035 ओज
1 पौंड	=0.453 कि०ग्रा०	1 कि०ग्रा०	=2.2 पौंड
1 टन	=1.01 टनी	1 मीट्रिक टन	=0.984 टन

एस आई संहति की इकाई=कि०ग्रा०

एस आई बल इसलिए भार की इकाई=न्यूटन

माप की इकाई
सारणी—4

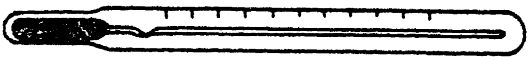


समय का माप — समय का यह मात्रक द्विव्य वस्तुओं को घूमने पर निर्भर करता है। समय का यह मात्रक सभी पद्धतियों के लिए समान है।

सैकिन्ड	1 सैकि०	1 महीना=30 दिन
मिन्ट	1 मि०=60 सैकि०	या 4 सप्ताह
घण्टा	1 एच आर=60 मिन्ट	1 साल=12 महीने
दिन	1 दिन=24 घन्टे	या 365 दिन
सप्ताह	1 सप्ताह=7 दिन	1 सैन्चुरी=100 साल
साल	1 साल=52 सप्ताह	

कोण का माह

ब्रिटिश इकाईयां	मीट्रिक इकाईयां	एस आई इकाईयां
सैकिंड 1″	सैनटेन्सीमल 1<<	एस आई कोण की इकाई रेडियन है
मिन्ट 1′=60″	सैकिन्ड	$\wedge$ रेडियन=180°
डिग्री 1°=60′	सैनटेन्सीमल 1<=100<<	1 रेडियन=57.3°
90°=1 समकोण	मिन्ट	=57° 17′44″
360°=1 वृत	ग्रेड 1^8=100<	रूपान्तर 1°= $\frac{1}{180}$ रेड
	=90°=100^8	=0.017



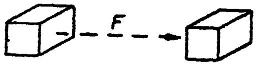
तापमान का माप

फारेनहाइट माप : पानी का जमाव बिन्दु 32° एफ पानी का उबलने का बिन्दु 212° एफ विभाजित नम्बर =212—32=180

सेंटीग्रेड माप : पानी का जमाव बिन्दु 0° सी पानी का उबलने का दर्जा =100° सी विभाजित नम्बर=100

एस आई तापमान की इकाई :	कैलविन (के)
9/5° सी + 32°एफ=°एफ	0° सी=273.15 (के)
5/9 (°F—32)=°सी	टी°C=टी+273.15 (के) (कैलविन तापमान में)

माप की इकाई
सारिणी—4



बल का माप — बल संहति और त्वरण का गुणात्मक है।
बल=सहति × त्वरण

ब्रिटिश इकाईयां		मीट्रिक इकाईयां			
एफ पी एस		सी जी एस		एम के एस	
*गुरुत्वाकर्षण	शुद्ध	गुरुत्वाकर्षण	शुद्ध	गुरुत्वाकर्षण	शुद्ध
पाऊंड बल (एल बी एफ)	पाउडल (पी डी एल)	ग्राम बल (जी एफ)	डाइन=1 ग्रा० $सै०मी/सै०^2$	कि० ग्रा० बल (के.जी.एफ.)	न्यूटन एच= कि. ग्रा. मी $/सै.^2$

एस आई बल की इकाई : न्यूटन (एन) (शुद्ध एम के एस मात्रक की तरह)

रूपान्तर भाज्य (खण्ड)

1 एल बी एफ=जी+(g) पाऊडल =32.2 पाऊडल

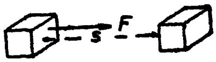
1 जी एफ=जी (g) डाइन =981 डाइन

1 कि० ग्रा० एफ =जी एन =9.81 एच

1 एन=10^5 डाईन =0.2448 एल बी एफ

*गुरुत्वाकर्षण इकाई क्रियात्मक मात्रक है और आमतौर पर टैकनोलोजी में प्रयोग होता है तथा इकाई एक अक्रियात्मक इकाई है और साईस में प्रयोग होती है।

+जी (g) का मान मात्रक की पद्धति के अनुसार बदलता है।



काम (यांत्रिक) का माप   काम (डब्ल्यू) = बल (एफ) × दूरी (एस)

ब्रिटिश मात्रक		मीट्रिक मात्रक			
एफ पी एस		सी जी एस		एन के एस	
गुरुत्वाकर्षण	शुद्ध	गुरुत्वाकर्षण	शुद्ध	गुरुत्वाकर्षण	शुद्ध
फुट पाऊंड बल (फुट एल बी एफ)	फुट पाऊडल (फुट पी डी एल)	ग्राम बल से. मी. (ग्रा० सैं० मी०)	अर्ग = डाईन सैं० मी०	किलोग्राम बल मीटर (कि०ग्रा०एफ०मी०)	ज्यूल (जे) = न्यूटन मीटर (जे = एस एम)

एस आई काम के मात्रक ज्यूल (J) (शुद्ध एम के एस मात्रक की तरह)

माप के मानक
सारिणी—4

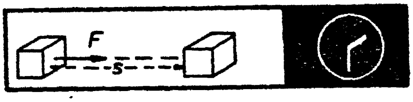
रूपान्तर भाज्य (खण्ड)	
1 फुट पाऊंड = 32.2 फुट पाऊडल 1 जी एफ सैं० मी० = 981 अर्ग 1 कि० ग्रा० बल मी० = 9.81 ज्यूल	1 ज्यूल = 10^7 अर्ग = 0.7375 फुट पाऊंड बल

काम (विद्युती) = वोल्ट (वी) × धारा (आई) × समय (टी) = बी आई टी और क्रियात्मक मात्रक ज्यूल है। इसलिए डब्ल्यू (W) = वी आई टी ज्यूल। ऊर्जा और काम की मात्रक समान हैं।

विद्युत उर्जा के दो विशेष मात्रक

(i) वाट हावर (Wh) और   (ii) किलोवाट हावर (KWH)

1 वाट हावर = 3600 ज्यूल और किलोवाट हावर = 36×10^5 ज्यूल



यांत्रिक शक्ति का माप   शक्ति किसी मात्रक समय में किया गया काम है।

ब्रिटिश मात्रक		मीट्रिक मात्रक			
एफ. पी. एस.		सी. जी. एस.		एम. के एस	
गुरुत्वाकर्षण	शुद्ध	गुरुत्वाकर्षण	शुद्ध	गुरुत्वाकर्षण	शुद्ध
फुट पाऊंड बल प्रति सैंकिड तथा ब्रिटिश हार्स पावर (शक्ति) (एच. पी.)	फुट पाऊडल प्रति सैंकिड फुट पाऊडल/सैं०	ग्राम बल सैं० मी० प्रति सैंकिड ग्रा० बल सैं० मी०/सैं०	अर्ग प्रति सैंकिड = डाईन सै. मी. प्रति सैंकिड	किलोग्राम बल मी० प्रति सैंकिड कि० ग्रा० बल मी०/सैं० तथा मीट्रिक हार्स शक्ति	वाट ज्यूल प्रति सैंकड (डब्ल्यू = जे/एस.)

एस आई शक्ति के मात्रक : वाट (डब्ल्यू) [शुद्ध एम के एस मात्रक की तरह]

1 एच पी (ब्रिटिश) =550 फुट पाऊंड बल/सें =746 वाट =746 ज्यूल/सें०	1 एच पी (मीट्रिक) =75 कि०ग्रा० बल मी०/सें० =735.5 वाट =735.5 ज्यूल/सें०
1 एचपी (ब्रिटिश) =1.014 एच पी (मीट्रिक) 1 के डब्ल्यू (किलो वाट) =1 36 एच पी (मीट्रिक)	1 वाट =10^7 अर्ग/सें० =0.737 फुट पाऊंड बल/सें०

विद्युत् शक्ति का क्रियात्मक मात्रक : वाट और यह विभव तथा धारा का गुणात्मक है ।

1 वाट=1 विभव×1 धारा

ताप या गर्मी

कैलोरी : एक ग्राम पानी के ताप को एक डिग्री सैंटीग्रेड बढ़ाने के लिए आवश्यक गर्मी या ताप की मात्रा को कैलोरी कहते है ।

ऊष्णता सम्बन्धी ब्रिटिश मात्रक : यह एक पाउंड पानी के ताप को एक डिग्री फारेनहाईट तक बढ़ाने के लिए आवश्यक गर्मी या ताप की मात्रा है ।

ताप संबंधी सैंटीग्रेड मात्रक : यह एक पाऊंड पानी के ताप को 1° एफ तक बढ़ाने के लिए आवश्यक ताप की मात्रा है ।

एस. आई. में ताप का मात्रक ज्यूल है ।

रुपांतर भाज्य (खंड)

1 कैलोरी =4.18 जे =3.08 फुट पाऊंड बल

1 ऊष्णता सम्बन्धी ब्रिटिश मात्रक =252 कैलोरी =1055 ज्यूल =778 फुट पाऊंड बल

1 ताप सैंटीग्रेड मात्रक =1.8 ऊष्णता ब्रिटिश मात्रक =1899 ज्यूल =1400 फुट पाऊंड बल

उदाहरण : निम्नलिखित मात्राओं में संबंध स्थापित करो ।

(i) पाऊंड वाट और न्यूटन

(ii) फुट पाऊंड और ज्यूल

(iii) बी. टी. यू. और के डब्ल्यू एच ।

हल : (i) 1 पाऊंड भार =453.6 ग्राम भार
=0·4536 कि० ग्रा० भार

अब 1 कि० ग्रा० भार =9.81 न्यूटन (सारिणी-4 पेज 19 पर)

∴ 1 पाऊंड भार =0.4536×9.81 =4.45 न्यूटन (एन) उत्तर

(ii) एक फुट पाऊंड (भार) =0.3045 मी०×4.45 (एन)
=1.357 एन एम (न्यूटन मीटर)
=1.36 ज्यूल उत्तर

(iii) 1 बी टी यू =1055 ज्यूल

अब 1 किलो वाट हावर =36×10^5 जे (सारिणी 4, पेज 20 पर)

∴ 1 बी. टी. यू. $\frac{1055}{36\times10^5}$ के डब्ल्यू एच =29.3×10^5 के डब्ल्यू एच (किलोवाट हावर) उत्तर

1. रिक्त स्थान भरो :

(क) 80 डिग्री सैंटीग्रेड =......डिग्री फारेनहाइट

(ख) 6′-10″ =......सें० मी०

(ग) 4000 कि० मी० = ...मील

(ग्रुप-4, 2 वर्ष, जुलाई, 1972)

हल :

(क) $80°C = \frac{9}{5} \times 80 + 32$

$= 144 + 32 = 176$

$\therefore 80°C = 176°F$

(ख) 6′-10″

1′ = 30.48 सैं० मी०

1″ = 2.54 सैं० मी०

= (6 × 30.48 + 10 × 2.54) सैं० मी०

(182.88 + 25.4) सैं. मी.

= 208.28 सैं. मी.

(ग) 4000 कि० मी०

1 कि० मी० = 0.62 मील

4000 कि० मी० = 4000 × 0.62 मील

2480.00 मील

2. रेडियो तरंगें लगभग 18,6000 मील या 300,000,000 मीटर प्रति सैकिड चलती है। क्या यह सच है ?

हल :

1000 मीटर = 1 कि० मी०

1 कि० मी० = 0.62 मील

300,000,000 मीटर $= \frac{300,000,\phi\phi\phi}{1\phi\phi\phi}$ कि० मी०

= 300,000 × 0.62 मील

= 186000 मील

3. 14.7 पौंड प्रति वर्ग इंच दबाव कितने ग्राम प्रति वर्ग सैंटीमीटर है ?

हल :

14.7 पौंड/इंच^2 $= \frac{14.7}{6.45}$ पौंड/सैं० मी^{2} (1 इंच^2 = 6.45 सैं० मी०^2 (1 पौंड = 453 ग्राम

$= \frac{14.7 \times 453}{6.45}$ ग्राम/सैं० मी०

= 1033 5 ग्राम

अभ्यास :

1. निम्नलिखित को बदलिये :

(क) 31 कि० मी को मील, यार्ड तथा फुट में — उत्तर : 19 मील, 496 यार्ड, 1 फुट

(ख) 2.546 इंच को मिलीमीटर में — उत्तर : 64.69 मि० मी०

(ग) 5.08 सैं० मी को इंच में — उत्तर : 2 इंच

(घ) 19.05 मि० मी० को इंच में — उत्तर : $\frac{3}{4}$ इंच

(ङ) 10 लिटर को गैलन में — उत्तर : 2.641 गैलन

(च) 88 कि० ग्रा० को पौंड में — उत्तर : 193.952 पौंड

(छ) 400° को °C में [उत्तर : 204.44°C

(न) 15 कि० ग्रा०/सें० मी० को पौंड/इंच^2 में उत्तर : 213 375 पौंड/इंच^2

2. एक पत्थर के टुकड़े का भार 7643 कि० ग्रा० है। पत्थर के एक क्यूबिक डैसीमीटर का भार 2.7 कि० ग्रा० है। टुकडे का घनफल क्यूबिक मीटर में ज्ञात करो।

उत्तर : 2.83 (मीटर)^3

3. एक खराद मशीन का भार 5609 पौंड है। इसका भार मीट्रिक टन में ज्ञात करो।

उत्तर : 2.545 टन

4. एक स्टील शाफ्ट का क्रॉस सैक्शनल क्षेत्रफल 64.52 वर्ग सैं०मी० है। क्षेत्रफल को वर्ग इन्च में ज्ञात करो।

उत्तर : 21.6 वर्ग इन्च

5. तुम्हारी ऊँचाई 174 सें०मी० है। तुम्हारी ऊंचाई फुट और इन्च में कितनी है?

उत्तर : 5 फुट, 8.5 इन्च

6. मीट्रिक प्रणाली की अनुपस्थिती में कुछ काबलों को अंग्रेजी प्रणाली में बदलना है। 8 मि०मी०, 12 मि०मी० 16 मि०मी० काबलों के लिए सबसे उचित माप बताइए।

उत्तर : $\frac{5}{16}$ इन्च, $\frac{1}{2}$ इन्च, $\frac{5}{8}$ इन्च

7. 723 मि०मी० को मीटर में बदलो तथा इस माप को फुट और इन्च के सोलहवें हिस्से तक ज्ञात करो।

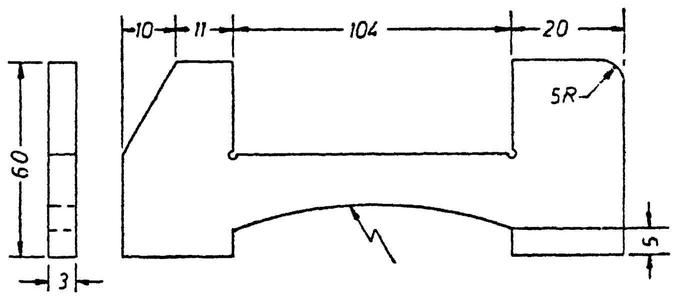
उत्तर : 0.723 मीटर

2 फुट, $4\frac{15}{32}$ इन्च

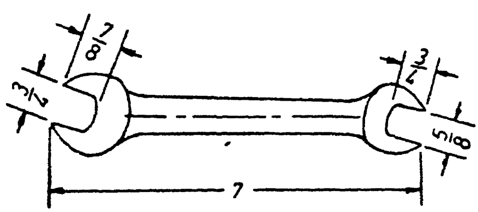
8. (क) 10 कि०ग्रा०/वर्ग सैं०मी० दबाव पौंड प्रति वर्ग इन्च में बदलो।

उत्तर : 142.2 पौंड/वर्ग इन्च

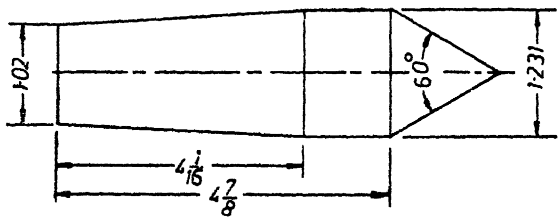
(ख) नीचे दिखाए गए चित्र में पुर्जे का फ्री हैंड चित्र बनाओ तथा इसको इन्चों में अंकित करो। माप को इन्च के 1000वें हिस्से तक दशमलव में बदलो :



9. (क) नीचे दिखाए गए चित्र में खुले मुंह की चाबी का फ्री हैंड चित्र बनाओ तथा मि०मी० में पैमाइश दर्शाओ। दशमलव बिन्दु मि०मी० के 100वें हिस्से तक होना चाहिए। सभी माप इन्च में हैं।



(ख) एक स्टील लेथ सैन्टर नीचे दिया गया है तथा इसको मि०मी० में पैमाइश करो। दशमलव चिह्न मि०मी० के 100वें हिस्से तक होना चाहिए।
सभी माप इन्च में हैं।



(ग) मील तथा किलोमीटर में सम्बन्ध ज्ञात करो तथा 60 मील प्रति घंटे के अनुरूप मीट्रिक गति मालूम कीजिए।
उत्तर $\frac{\text{मील}}{\text{कि०मी०}} = \frac{1.61}{1}$, 96.6 कि०मी०/घंटा

10. निम्नलिखित को बदलिये :

(i) 500 कैलोरी को बी.टी.यू. में (ग्रुप 3, सितम्बर 73) — उत्तर : 1.98 बी.टी.यू.

(ii) कि०ग्रा० मी० को पौंड फुट में — उत्तर : 7.23 पौंड फुट

(iii) बी.टी.यू. को कि०ग्रा०मी० में — उत्तर : 107.54 कि०ग्रा०मी०

(iv) फुट पौंड को किलो वाट में — उत्तर : 3.77×10^{-7} किलो वाट

अध्याय 3

घात और मूल

गुणनखण्ड : जब दो या अधिक संख्यायें आपस में गुणा होती है, संख्याओं को गुणनखण्ड कहते है और परिणाम को घात कहते हैं ।

$|2 \times 4 \times 8| = |64|$

गुणनखण्ड — गुणा

जब गुणनखण्ड एक जैसे हो, तो गुणनखण्ड को आधार कहते है और परिणाम को घात कहते हैं ।

$4 \times 4 \times 4 = |64|$

गुणनखण्ड = आधार — घात

यदि आधार को गुणनखण्ड का दुगुना प्रयोग किया जाए, गुणा वर्ग है, यदि 3 बार किया जाए तो घन है । अगर आधार गुणनखण्ड के रूप में तीन से अधिक बार प्रयोग हो तो गुणा को चौथी घात कहते है पाँचवी घात छटी घात और इसी प्रकार ।

$4 \times 4 = 16$, 16 वर्ग है 4 का

$4 \times 4 \times 4 = 64$, 64 घन है 4 का

समय की संख्या ज्ञात करने के लिए आधार गुणनखण्ड के रूप में प्रयोग किया जाता है एक छोटी आकृति आधार के दांई और ऊपर स्थित होती हो जिस को घातांक कहते हैं ।

4×4 को ऐसे लिखा जायेगा 4^2 (4 का वर्ग) $= 16$

$4 \times 4 \times 4 = 64$ या 4^3 (4 का घन)

$4 \times 4 \times 4 \times 4 = 256$ या 4^4 (4 की शक्ति 4)

दशमलव की अपनी शक्तियां होती हैं, जितनी शक्ति ज्यादा होगी उतना मान कम होगा 1

उदाहरणत: 0.2^2 या $0.2 \times 0.2 = 0.04$ जो कि 0.2 से कम है ।

घात की घात : जब कोई आधार किसी घातांक के साथ एक शक्ति तक बढ़ाया जाता है, दो घातांक आपस में गुणा होकर नया घातांक को बनाते हैं जो कि समय की संख्या को बताता है । आधार एक गुणनखण्ड के रूप में प्रयोग होता है ।

$$(4^3)^4 = 4^{3 \times 4} = 4^{12}$$

शक्तियों की गुणा: यह वास्तविक घातांक का जोड़ है और केवल तभी संभव है जब आधार बराबर होते है।

क) $4^3 \times 4^2 \times 4$

$= 4^{3+2+1}$

$= 4^6$

ख) $(2.5)^3 \times (2.5)^5$

$= (2.5)^{3+5} = 2.5^8$

शक्तियों की भाग: यह घातांक का ऋणात्मक है

क) $= 10^{77} \div 10^4 = 10^{7-4} — 10^3$

ख) $= (1.25)^9 \div (1.25)^7$

$= 1.25^{9-7} = 1.25^2$

संकेत सभी दशाओं में आधार एक जैसा होना चाहिए।

मूल :—किसी संख्या का मूल एक बराबर गुणनखण्ड होता है, जो कि जब आपस में गुणा होते हैं, नई संख्या बनाते हैं। इस प्रकार किसी संख्या का मूल घात से विपरीत होता है। 16 के बराबर गुणनखण्ड 4 और 4 है ($16 = 4 \times 4$) इसलिए 4, 16 का मूल है। क्योंकि वहां पर दो बराबर गुणनखण्ड या मूल हैं, इन में से किसी एक को वर्गमूल कहेंगे। किसी संख्या का घनमूल तीन बराबर गुणनखण्ड होता है। उसी सख्या का चर्तुमल चार गुणनखण्डों का होता है, और इसी प्रकार अधिक मूल के लिए होता है।

आमूल चिन्ह और मूल का सांकेतक : √ यह चिह्न मूल को बताता हैं और इसको आमूल चिन्ह कहते हैं। एक छोटी आकृति जो कि मूल का संकेतक कहलाती है जो आमूल चिह्न को खोलने के लिये लगती है और किसी मूल को बताने के लिये प्रयोग होती है।

इस प्रकार $\sqrt[3]{64}$, 64 का घनमूल बताता है, छोटा 3 मूल का संकेतक है। वर्गमूल का संकेतक 2 है जो कि वहां से हटाया हुआ है और साधारणतया इसको ऐसे लिखेंगे $\sqrt{625}$, ऐसे नहीं लिखेंगे $\sqrt[2]{625}$। अधिक (ऊंचे) मूल ऐसे लिखे जायेंगे $\sqrt[4]{243}$, $\sqrt[7]{128}$

अंकगणित द्वारा वर्ग मूल :

उदाहरण : $\sqrt{236.618}$ का मान दशमलव के तीन स्थान तक ज्ञात करना है। पहले संख्या लिख लेते हैं और दो आकृति के पीरियड में उनके जोड़े बना लेते हैं जो कि प्रत्येक दाईं ओर से शुरू होगा। (जोड़े बनाने के लिए दमशलव के बाद बाईं ओर से शुरू करते हैं)

```
                         ←|→       क ख  ग घ च
                        __ __ __ __
छ  ख                    2 36.61 80 00(1 5.  3 8 2
2 5)                    1 ↓  |  |  |
ज  ग                    1 35. |  |  |
303)                    1 25 ↓  |  |
झ  घ                       11 61 |  |
306 8)                      9 09 ↓  |
ण  च                        2 52 80 |
30762)                      2 45 44 ↓
                               7360 0
                               6152 4
                               1207 6
```

तीन स्थान तक उत्तर $= 15.382$

व्याख्या : क पर बड़े से बड़ा नम्बर रखें जिसका वर्ग बराबर है या कम है। पहले पीरियड (2) से और पहले पीरियड से घटाओ। अगले पीरियड को नीचे लाओ। क को डबल करो और छ में लगाओ। अब एक आकृति ख चुनो जो कि जब किसी संख्या से गुणा हो और छ और ख आपस में 136 से बड़े नहीं है। उनके द्वारा दिखया जाए। उत्तर में ख को लिखो और दूसरी तरफ घ, बनावट छ ख को ख से गुणा करो $(25 \times 5 = 125)$ और 136 में से घटाएँ। दुबारा अगले पीरियड (61) को नीचे लाओ, बनावट क ख को डबल करो $(15 \times 2 = 30)$ और त्र में इसको लगाओ। ग को चुनो इसलिए कि जब यह ग द्वारा गुणा हो तो बनावट ज ग $(303 \times 3 = 909)$ परिणाम 1161, से ज्यादा नहीं आता, पहले की भान्ति गुणा करो और घटा करो। इस विधि को अगला पीरियड लाने के लिए लगातार चलाएं जब तक कि परिणाम नहीं आता।

निम्नलिखित परिणामों को याद के लिए पक्का कर लें

सारिणी 1

$\sqrt{2} = 1.414$	$\sqrt{6} = 2.449$
$\sqrt{3} = 1.732$	$\sqrt{7} = 2.6458$
$\sqrt{5} = 2.236$	$\sqrt{8} = 2.8284$

घन और मूल को लघु गुणा द्वारा हल किया जाता है :

हल की हुई उदाहरण

1. वर्गमूल ज्ञात करो :
   21025, 18, 97.8121

(i) 21025

```
      2 10 25(145
      1
  24)110
      96
 285)1425
     1425
       x
```

उत्तर : 145

(ii) 18

```
      18 00 00 00(4.242
      16
  82)200
     164
 844)3600
     3376
8482) 22400
      16964
       5436
```

उत्तर : 4.242

(iii) 97.8121

```
       97.81 21(9.89
       81
  188)1681
      1504
 1969)17721
      17721
         x
```

उत्तर 9.89

2. ज्ञात करो (क) 27, (ख) 125

(क) इस प्रकार $27 = \sqrt{9 \times 3} = 3\sqrt{3}$ (सारणी से 1, $\sqrt{3} = 1.732$)

$= 3 \times 1.732 = 5.196$

(ख) इस प्रकार $125 = \sqrt{25 \times 5} = 5\sqrt{5}$ (सारणी से 1, $\sqrt{5} = 2.236$)

$= 5 \times 2.236 = 11.180$

3. निम्नलिखित की व्याख्या करो 10 की घात के रूप में :

10,000; 10,00,000; 100,00,000

इस प्रकार $10.000 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10^4$

$10,00,000 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10^6$

$100,00,000 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10^7$

नोट : दस की घात को सरल नम्बर में बदलना (ऊपर की उदाहरण के विपरीत विधि) दस के पश्चात् जीरो का घात से एक नम्बर कम लगाये

$10^7 = 10,000.000$

अभ्यास :

1. निम्नलिखित का वर्गमूल ज्ञात करो :

(i)	961	उत्तर 31	(iv)	58081	उत्तर 241
(ii)	2401	,, 49	(v)	101761	,, 319
(iii)	22201	,, 149	(vi)	281961	,, 531

(2) निम्नलिखित का वर्गमूल निकालिए :

(i)	0.01	उत्तर 0.1	(v)	665.1241	उत्तर 25.79
(ii)	2.89	उत्तर 1.7	(vi)	27	उत्तर 5.196
(iii)	1481.4801	उत्तर 38.49	(vii)	7.25	उत्तर 2.69258
(iv)	0.9216	उत्तर 0.96	(viii)	0.001225	उत्तर 0.035

(3) निम्नलिखित का मान ज्ञात करें :

(i)	32	उत्तर 5.6568	(iv)	30	उत्तर 5 475964
(ii)	200	उत्तर 14.14	(v)	320	उत्तर 17.888
(iii)	108	उत्तर 10.392	(vii)	600	उत्तर 24.49

(4) डी.सी. शन्ट जैनेरेटर में आरमेचर की ताम्बे की हानि 800 वाट्स है। आरमेचर का प्रतिरोध 0.02 ओहम् है, आरमेचर का करन्ट ज्ञात करें। (आरमेचर की कापर हानि का सूत्र = आई.^{2} ए. × आर.ए. जहां कि आइ.ए = आरमेचर करन्ट तथा आर.ए. आरमेचर का प्रतिरोध)।

उत्तर : 200 एम्पीयरस

(5) रसिसटर की अधिक से अधिक करन्ट लेने की क्षमता क्या होगी, जिस पर कि 1000 आहमज़ तथा 10 वाट्स लिखे हों। (यह सूत्र प्रयोग करें : पावर, वाट्स में = करन्ट का वर्ग एम्पीयर में × प्रतिरोध ओहमज़ में

उत्तर : 0.1 एम्पियर

(6) 240 वाटस की मोटर की फील्ड कायलज़ का कुल प्रतिरोध 60 ओहम् है। मोटर को चलाने के लिए आवश्यक वोल्टेज ज्ञात करें।

(यह सूत्र लगायें : पावर वाट्स में = $\frac{\text{वोल्टेज़ का वर्ग वोल्ट में}}{\text{प्रतिरोध ओहम् में}}$

उत्तर : 120 वोल्टज़

अध्याय 4

प्रतिशत

प्रतिशत : प्रतिशत दशमलव भिन्न की एक किस्म है। जिसका हर 100 है। $(1\% = \frac{1}{100})$

प्रतिशत को दशमलव रूप में बदलना तथा इसके विपरीत :

नियम 1. प्रतिशत को दशमलव में बदलना : प्रतिशत चिह्न को हटा कर और दशमलव बिन्दु को दो स्थान बाईं ओर सरका दो।

$$5\% = 0.05$$

$$12\tfrac{1}{2}\% = 12.5\% = 0.125$$

नियम 2. प्रतिशत को भिन्न में बदलना : पहले दशमलव में बदल लो फिर उसको नशमलव भिन्न वना लो।

$$34\% = 0.34 = \frac{34}{100} - \frac{17}{50}$$

नियम 3. दशमलव को प्रतिशत में बदलना : दशमलव का चिह्न दाईं ओर दो स्थान और सरका दो। तब प्रतिशत का चिह्न लगाओ।

उदाहरणतया : $0.56 = 56\%$

नियम 4. भिन्न को प्रतिशत में बदलना : भिन्न को दशमलव मे बदल लो और तब दशमलव को प्रतिशत में बदल लो।

उदाहरणतया: : $\frac{1}{4} = 0.25 = 25\%$

उदाहरण :

1. एक ढेर में 7500 वाशर थीं। उसमें से 125 खराब निकली। खराब वाशरों का प्रतिशत ज्ञात करो। यहां 125 खराब वाशरें 7500 बाशरों में से हैं।

   इसलिए प्रतिशत $= \frac{125}{7500} \times 100 = \frac{5}{3} = 1\frac{2}{3}\%$

2. 600 ढलते लोहे के पुर्जे मशीन शाप में मशीनिंग के लिये लाये गये। उनमें से 8% खराब निकले। कितने पुर्जे खराब निकले, कितने पुर्जे ठीक निकले ?

   $8\% = .08$ (नियम 1)

   ∴ खराब ढले हुए पुर्जों की संख्या $= 0.08 \times 600 = 552$

   ∴ ठीक ढले हुए पुर्जों की संख्या $= 600 - 48 = 48$

3. एक एमीटर की रीडिंग टैस्ट करने पर 4.65 एम्पियरस पाई गई। वास्तविक मान 45 एम्पियर है। प्रतिशत त्रुटि ज्ञात करो।

ग्रुप 5 2 वर्ष प्रारम्भिक जुलाई, 1972

कुल त्रुटि = 4 65 — 4 50

= 0.15 एम्पियर

$\therefore$ $\frac{0\cdot15}{4\cdot5}$ = 0.0333 = 3.33% (नियम 3)

4. 4 पोल इनडक्शन मोटर की गति 2000 चक्र प्रति मिनट है। जब मोटर खाली चल रही हो, 1960 चक्र प्रति मिनट जब आधा भार (load) डाला गया और 1920 चक्र प्रति मिनट। जब पूरा भार डाला गया। स्पीड का प्रतिशत ड्राप आधे और पूरे लोड (load) पर ज्ञात करो।

आधे लोड पर स्पीड ड्राप = 2000 — 1960 = 40

इसलिए प्रतिशत ड्राप = $\frac{40 \times 100}{2000} = 2\%$

पूरे लोड पर स्पीड ड्राप = 2000 — 1920 = 80

इसलिए प्रतिशत ड्राप = $\frac{80 \times 100}{2000} = 4\%$

5. किसी धातु के 75 किलो भार को विश्लेषण करने पर इसमें 10% लोहा पाया गया। 15% टंगस्टन, 50% क्रोमियम पाया गया। प्रत्येक धातु की प्रतिशन अज्ञात धातु में कितनी है ?

लोहा : 75 कि. ग्रा. में 10 कि. ग्रा. = $\frac{10}{75}$ = 0 1333

इसलिए प्रतिशत = 13.33% (नियम 3)

टंगस्टन : 75 कि. ग्रा. में 15 कि. ग्रा.

$\therefore$ $\frac{15}{75}$ = 0.20

इसलिए प्रतिशत = 20%

क्रोमियम : 75 कि. ग्रा. में 50 कि. ग्रा.

$\therefore$ $\frac{50}{75}$ = 0.6666

इसलिए प्रतिशत = 66.66%

6. एक गन मैटल की कास्टिंग में 85.5% तांबा, 10.5% टिन और बाकी जस्त है। यदि कास्टिंग का भार 70 किलो है तो प्रत्येक धातु का कास्टिंग में भार बताओ।

(ग्रुप 1 अपरेन्टिसशिप की परीक्षा मार्च 1971)

हमारे पास है — 85.5% + 10.5% = 96% तांबा और टिन

85.5% तांबा — $\therefore$ 100 — 96 = 4% जस्त

10.5% टिन

$\therefore$ तांबे का भार = 70 किलो का 85.5%

$= \frac{85.5}{100} \times 70 = 59.85$ कि. ग्रा.

$\therefore$ टिन का भार = 70 का 10.5%

$= \frac{10.5}{100} \times 70 = 7.35$ कि. ग्रा.

$\therefore$ जस्त का भार = 70 का 4%

$= \frac{4}{100} \times 70 = 2.80$ कि. ग्रा.

अभ्यास

1. एक विशेष अभ्यास के कुछ समय पश्चात् एक अपरेटर अपनी कार्य कुशलता 120 पुर्जों से 145 पुर्जे प्रति घण्टा बढ़ा लेता है। प्रतिशत बढ़ौतरी ज्ञात करो। उत्तर 20.8%

2. एक टूल का नया डिजाइन बदलते समय आपरेशन की स्पीड 150 से 250 चक्कर प्रति मिनट बढ़ाई जा सकती है। लेकिन इसी कट से फीड 0.020 डैसीमीटर से 0.015 डैसीमीटर घटाई जा सकती है। धातु काटते समय प्रतिशत तबदीली ज्ञात करें। उत्तर : 25%

3. एक व्यक्ति अपनी आय का 15% खेतीबाड़ी के लिए, 21% अपने परिवार और 24% बच्चों की शिक्षा के लिए खर्च करता यदि उसके पास 360 रुपये बच रहे। बताओ कुल कितना धन था ?
(ग्रुप 4, 2 वर्ष, जुलाई, 1970) उत्तर : 900 रुपये

4. वोल्टेज की सप्लाई एक लम्बे फीडर के अन्त में 220 वोल्ट है। वोल्टेज डिस्ट्रीब्यूशन पैनल पर 250 वोल्ट है। लाईन में प्रतिशत का गिरना ज्ञात करो।
उत्तर : 12%

5. एक फैक्टरी में पैदावार का 8% भाग मात्रा नियन्त्रण के लिए स्थगित कर दिया जाता है। यदि स्थगित की हुई मात्रा के 64 टुकड़े हों तो कुल कितने टुकड़े पैदा किए गये। उत्तर : 800 टुकड़े

6. एक बैबिट का बना हुआ सन्दूक, जिसका वजन 125 कि०ग्रा० है। इसमें 80% टीन की मात्रा 12% तांबा और 8% ऐंटीमनी है। बैबिट का बने हुए सन्दूक में टीन, तांबा और एंटीमनी को कि०ग्रा० की संख्या में ज्ञात करो।
उत्तर : टीन=100 कि०ग्रा० कापर=15 कि०ग्रा० एंटीमनी=10 कि०ग्रा०

7. एक फैक्टरी, जो कि छापने की मशीनें बनाती है, उसकी निम्नलिखित मूल्यांक करो। पदार्थ 38% मजदूरी 41% ओवरहैड 6% और लाभ 15% है। प्रत्येक की कीमत ज्ञात करो जबकि छापने की मशीन 5445 रुपये में बिकती है।
उत्तर : पदार्थ—2069.10 रुपये ओवरहैड-326.70 रुपये
मजदूरी—2232.45 रुपये लाभ-816.75 रुपये

8. एक निश्चित लोहे की खान 9% लोहा उत्पादित करती है। $4\frac{1}{2}$ मीट्रिक टन लोहे की खानों को कितने टन आवश्यकता है। उत्तर : 50 मीट्रिक टन

अध्याय 5

अनुपात और समानुपात

अनुपात : दो व्यंजकों के बीच के सम्बन्ध (संख्याओं की मात्रा) जब वे एक ही प्रकार के हों, को अनुपात कहते है। सम्बन्ध का अर्थ है, दो व्यंजकों के बीच में तुलना।

जैसे 10 और 5 के सम्बन्ध को प्रदर्शित करने के लिए हम कहेंगे 10 से 5 यानि $\frac{10}{5}=2$. अनुपात को हम ऐसे भी कह सकते हैं : अनुपात 10 से 5 या 10 : 5 (और इसे 'से' (to) उच्चारण करेंगे)

जैसा कि भिन्न, दो व्यंजकों को एक सामान्य संख्या से गुणा करने पर अनुपात नहीं बदलता। अनुपात 1 : 2 को ऐसा भी कह सकते हैं 2 : 4 या 12 : 24 या 48 : 96 इत्यादि।

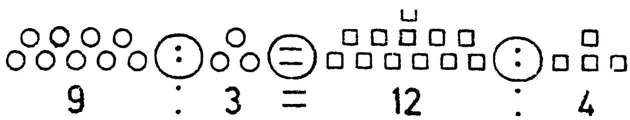
अनुपात और व्यंजक ज्ञात करना

नियम 1. अनुपात को ज्ञात करने के लिए पहले व्यंजक को दूसरे व्यंजक से भाग देना।
उदाहरण के तौर पर 6 : 2 = ? $6 \div 2 = 3$ जो कि अनुपात है।

नियम 2. पहली संख्या ज्ञात करने के लिए दूसरी संख्या को अनुपात से गुणा करो।
उदाहरण के लिए ? : 2 = 3
नं० 2 नियम की सहायता से हम $2 \times 3 = 6$ प्राप्त करते हैं। इसलिए पहली संख्या 6 है।

नियम 3. दूसरी संख्या ज्ञात करने के लिए पहली संख्या को अनुपात से भाग करो।
उदाहरण : 6 : ? = 3
नियम 3 की सहायता से, हम $6 \div 3 = 2$ प्राप्त करते हैं। 2 दूसरी संख्या है।

समानुपात : समानुपात को दो अनुपातों की समानता प्रदर्शित करना भी वह कह सकते हैं।



उदाहरण के लिए, $\frac{9}{3}$ बराबर है 3 के और $\frac{12}{4}$ बराबर है 3 के हम यहां पर दोनों अनुपात के लिए संख्या 3 ही प्राप्त करते हैं, हम इसको ऐसे भी कह सकते हैं $\frac{9}{3}$ बराबर है $\frac{12}{4}$ के या 9 : 3 = 12 : 4 इसको ऐसे भी लिखा जा सकता है 9 : 3 : : 12 : 4 जबकि [: :] & इसका अर्थ बराबर है (इसको 'As to' उच्चारण किया जाता है)

चार संख्याओं के समानुपात में, अन्त की दो संख्याओं को 'बाहरी' और मध्य वाली को 'बीच' वाली संख्या जाना जाता है।

बाहरी

9 : 3 = 12 : 4

बीच वाली

नियम 4. किसी भी समानुपात में बाहरी मख्याओं का गुणनफल बीच वाली संख्याओं के बरावर होता है। या $9 \times 4 = 3 \times 12$

यदि चार संख्याओं में से एक नहीं दी गई तो ऊपर वाले नियम की सहायता से इस संख्या को ज्ञात किया जा सकता है।

उदाहरण : 1. $9 : अ = 12 \times 4 \quad \therefore अ = \frac{9 \times 4}{12} = 3$

2. $9 : 3 = 12 : \quad \therefore \quad अ = \frac{3 \times 12}{9} = 4$

सीधा समानुपात : सीधा समानुपात वह वस्तु है जिसमें अनुपात एक ही पद्धति में बदलती है। उदाहरण के लिए ऐसा माना जाता है कि वृतों का घेरा उनके व्यास के वर्गों के सीधा समानुपात होता है। इसका अर्थ यह है जैसे वृत्त का घेरा बढ़ता है वैसे वैसे वर्ग का व्यास भी बढ़ता है एक वृत जिसका व्यास 2 सें०मी० है उसका क्षेत्रफल 3.1416 वर्ग से०मी० है, जब कि एक वृत जिसका व्यास 4 से०मी० है। उस का क्षेत्रफल 12.5664 वर्ग से०मी० है इस कथन को हम वृत का क्षेत्रफल के नियमित सूत्र से प्रमाणित कर सकते हैं।

$$क्षेत्रफल = \frac{\pi}{4} व्यास^2$$

जैसा कि सीधे समानुपात, के सम्बन्ध को ऐसे भी कहा जा सकता है।

$(2)^2 : (3)^2 = 3.1416 : 12.5664$

(छोटा व्यास)^2 : (बड़ा व्यास)^2 : छोटा क्षेत्रफल वड़ा क्षेत्रफल

जबकि छोटा व्यास = छोटे वृत का व्यास

बड़ा व्यास = बड़े वृत का व्यास

छोटा क्षेत्रफल = छोटे वृत का क्षेत्रफल

वड़ा क्षेत्रफल = बड़े वृत का क्षेत्रफल

असमान अनुपाती : एक असमान अनुपाती और विलोम समानुपात वह है जिसमें अनुपात एक ही प्रणाली में नहीं बदलते। गतियों और पुली के व्यासों के बीच का सम्बन्ध असमान अनुपाती का एक अच्छा उदाहरण है। इसको अच्छी प्रकार से जाना जा सकता है जब दो विभिन्न प्रकार की पुलियों पर जब एक साथ पेटी चढाई जाए तो छोटे वाली पुली बड़ी वाली पुली से ज्यादा तेज चलेगी।

इन समस्याओं को हम निम्नलिखित तरीके से ले सकते हैं :

छोटी की गति : बड़ी की गति : : बड़े का व्यास : छोटे का व्यास

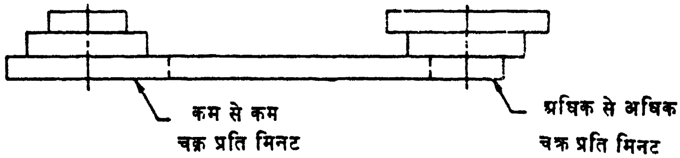
या स : सा : : बड़ा व्यास : छोटा व्यास

जबकि स — छोटी पुली की गति

सा — बड़ी पुली की गति

बड़ा व्यास — बड़ी पुली का व्यास

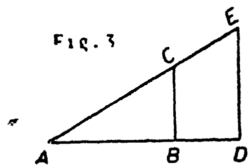
छोटा व्यास — छोटी पुली का व्यास



उदाहरण

(क) जैसा कि चित्र में समकोण त्रिभुज को दिखाया गया है

अब : बस — अय : यल



यदि सड़क तल की ऊंचाई 100 मीटर में 'ह' मीटर है, तब सड़क का ग्रेड $\frac{ह}{100}$ है या होरीजेंटल दूरी के अनुपात का बढ़ाव है। यदि सड़क 100 मीटर में 3 मीटर ऊपर उठी है तो ग्रेड होगा $\frac{3}{100}$ — 3%

प्रश्न : उस सड़क का ग्रेड निकालो जिसमें उठाव 1.2 मीटर है, होरीजेटल दूरी 40 मीटर है।

हल : मान लो 'ह' मीटर 100 मीटर में उठाव को दर्शाता है।

इसका अर्थ है ह : 100 — 1.2 : 40

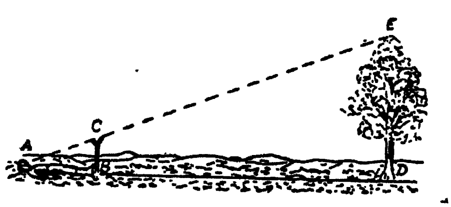
$\therefore$ ग्रेड — $\frac{1\ 2}{40}$ = 0.3

— 3%

(ख) खड़े हुए वृक्ष की ऊंचाई नापना

निरीक्षण करने वाला एक व्यक्ति जमीन पर पैदल चल कर एक निश्चित दूरी अ द बिन्दु अ से पेड़ तक पूरी करता है। तब वह अपनी पीठ के बल लेट जाता है जैसा कि चित्र में दिखाया गया है। उसका सहायक उसके पांव के पास खड़े खम्बे के ऊपर बिन्दु स से देखता है जहां उसकी नजर की सरल रेखा वृक्ष के ऊपरी हिस्से ज से काटती है। खम्बे ब स की ऊंचाई मापी जाती है तथा उसकी अपनी ऊंचाई अ ब उसके पैरों से लेकर उसकी आंखों तक; तब निम्नलिखित अनुपात स च है।

अ ब : ब स — अ द : द ज

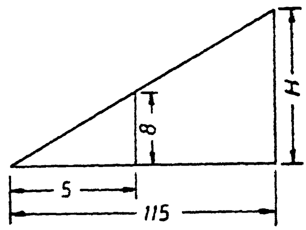


2. उस चर्च स्टीपल की ऊंचाई निकालो जिसका छाया वाला भाग 115 मीटर है। जब एक खम्भा 8 मीटर लम्बा है उसकी छाया वाला भाग 5 मीटर है।

हल : मान लो 'अ' स्टीपल' की ऊंचाई है।

$$\therefore\ 5 : 8 = 115 : अ \quad \text{या} \quad अ = \frac{115 \times 8}{5}$$

$$= 184 \text{ मीटर}$$



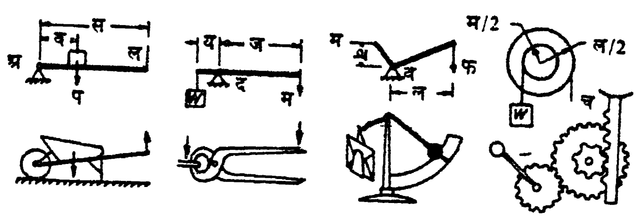
(ग) **उत्तोलक**

एक सख्त छड़ जो किसी केन्द्र बिन्दु पर स्थित हो, जो कि आसानी से घूम सकती हो, को उत्तोलक कहते हैं। केन्द्र बिन्दु को (अक्ष) आलम्ब कहते हैं। उत्तोलक विभिन्न प्रकार से यान्त्रिक प्रणाली में प्रयोग में लाया जाता है।

Fig 5 में, 'फ' आलम्ब है 'व' वजन है और 'च' बल है जोकि इसको ऊपर उठाता है. 'ल' दूरी बल के बिन्दु से आलम्ब तक है और 'म' दूरी आलम्ब के बिन्दु से है, जहां कि वजन को साथ रखा गया है। विभिन्न प्रकार के सम्बन्धों से अक्ष वजन व बल को निम्नलिखित समानुपात में जोड़ा जा सकता है :

च : व = म : ल

लगाया गया बल वजन के आलम्ब से उनकी दूरियों के विपरीत समानुपात होता है। इसका मतलब एक छोटा मा बल अधिक वजन को तभी बैलेंस कर सकता है जब भार आलम्ब के बल से अधिक पास हो।



3. एक तार काटने वाले कटर मे तार को आलम्ब से 0.5 सै. मी. की दूरी पर रखा गया है और हाथ का दवाब आलम्ब से 7 सै. मी. की दूरी पर है। तार का प्रतिरोध ज्ञात करो यदि हाथ 40 न्यूटन का दवाब डालता है।

हल : मान लो तार का प्रतिरोध 'च' है (चित्र नं० 5 में)

$$40 : च = .5 : 7 \quad \text{या} \quad च = \frac{40 \times 7}{.5}$$

$$= 560 \text{ न्यूटन}$$

(द) **हाइड्रोलिक मशीनें**

एक नियम जो कि पासकॅल नियम के नाम से जाना जाता है वह कहता है कि यदि किसीं बंद बर्तन में पड़े हुए तरल पदार्थ पर दवाब डाला जाये तो सब दिशाओं में कम किये बिना एक जैसा दवाब पड़ता है।

चित्र नं० 6 में, यदि 'अ' का क्षेत्रफल 1 वर्ग सै. मी. है, तब 'अ' पर एक कि. ग्रा. दवाब, स के हर वर्ग इंच तल पर

एक कि. ग्रा. दवाब डालता है। यदि स के ऊपर वाले भाग का क्षेत्रफल 100 वर्ग सें. मी. है, तब 1 कि. ग्रा. दवाब 'अ' पर 100 कि. ग्रा. भार 'आ' पर उठायेगा।

यदि अ, आ, द और दा क्रमशः क्षेत्रफल और दवाब हों तो समानुपात के नियम से

$$अ : आ = द : दा$$

$$या\ दा = \frac{आ}{अ} द$$

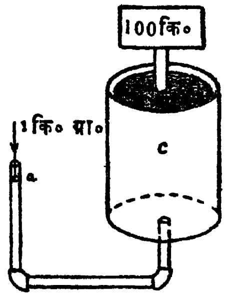


Fig.6

अभ्यास

एक हाईड्रोलिक यन्त्र (लिफटर) जो कि भार उठाने के लिए इस्तेमाल होता है उसका दवाब जो कि पिस्टन पर पडता है उसका क्षेत्रफल उत्तोलक द्वारा 0.5 वर्ग सें. मी. है। आलम्ब की दूरी छोटे पिस्टन के साथ जुड़े हुए बिन्दु से 4 सें. मी. है और उस बिन्दु से जहां कि 100 कि. ग्रा का बल लगता है 22 सें. मी. है। तब वो भार ज्ञात करो जिसकी मदद से पिस्टन को ऊपर उठाया जा सकता है, जिसका क्षेत्रफल 75.6 वर्ग सें०मी० है।

हल : मान लो 'व' = दबाब कि०ग्रा० में जो छोटे पिस्टन पर पड़ता है तब 100 : ब = 4 : 22 तब भार = 550

च = 100 कि०ग्रा०

दा = 22 से०मी०

द = 4 से०मी०

भार = ब

और 0.5 : 75.6 = 550 : च (चित्र न: 6 को देखें) व कि०ग्रा० = दबाव जब कि 1 कि०ग्रा०

अ = 0.5 वर्ग सें. मी.

आ = 75.6 वर्ग सें. मी.

$$इसलिए\ च = \frac{550 \times 75.6}{0.5} = 83.160$$

इसलिए इससे 83, 160 कि. ग्रा. का भार उठाया जा सकता हैं।——उत्तर।

(ल) **सीधा मिश्रित समानुपात**

हमें अक्सर ऐसी परेशानी होती उन प्रश्नों 3 जिनमें तीन मात्राओं इकट्ठी दी हों उसको नीचे दिखाया गया है।

उदाहरण :

100 पीतल के बने हुए बोल्ट जिसकी लम्बाई 10 सें. मी. है, का मूल्य 60 रुपये है। तब 200 बोल्टों का मूल्य जिनकी लम्बाई 7.5 सें. मी. हो।

चेतावनी : बोल्ट के मूल्य को लम्बाई के समानुपात रखना है।

तीन मिश्रित राशियों में बोल्टों की संख्या, प्रत्येक बोल्ट की लम्बाई व मूल्य है। इसलिए जो कि अनुपात इसके बीच में है, उसे हम निकालेंगे।

1. 100 : 200 : : 600 : ब

2. 10 : 7.5 : : 60 : ब

एक सिरे पर 100, 10 और ब है। मध्य में 60. 200 और 7.5 है।

इसलिए $10 \times 100 \times ब = 200 \times 7.5 \times 60$

या $ब = \frac{200 \times 7.5 \times 60}{10 \times 100}$ $= 90$ रुपये उत्तर

छ. मिश्रित विपरीत समानुपात :

40 आदमी 8 घण्टे प्रतिदिन काम कर के पानी का गड्ढा साफ करते है 3 दिन में, 20 आदमी 5 घण्टे प्रतिदिन काम करके कितने दिनों में गड्ढा साफ करेंगे।

हल : 3 अनुपात इस प्रकार है

$\left.\begin{matrix} 40 : 20 \text{ आदमी} \\ 8 : 5 \text{ घण्टे} \end{matrix}\right)$ 3 दिन : अ दिन

पहला भाग लेते हुए

40 : 20 : : अ : 3 क्योंकि कम आदमी ज्यादा दिन लगाएंगे और अनुपात विपरीत है।

8 : 5 : : अ : 3 बिल्कुल इसी कारण से कम घण्टे काम करने से काम समाप्त करने में ज्यादा दिन लगेंगे।

इसलिए $\left.\begin{matrix} 40 : 20 \\ 8 : 5 \end{matrix}\right)$: : अ दिन 3 दिन

अभीष्ट गुणनफल $= 20 \times 5 \times अ = 40 \times 8 \times 3$

या $अ = \frac{40 \times 8 \times 3}{20 \times 5} = \frac{48}{5} = 9\frac{3}{5}$ दिन

अभ्यास 1. निम्नलिखित अनुपात $\frac{व}{म}$ को सरल भिन्नों में बदलें जहां व और म पूर्ण संख्या हैं

(क) 144 : 24 उत्तर : $\frac{6}{1}$

(ख) 9 घण्टे : 30 मिनट उत्तर : $\frac{18}{1}$

(ग) 2.5 : $\frac{3}{4}$ उत्तर : $\frac{10}{3}$

(घ) 5 कि० मी० : 50 मीटर उत्तर : $\frac{100}{1}$

मशीन की दक्षता आऊट पुट और इन पुट के अनुपात को कहते हैं और ये प्राय: प्रतिशत के रूप में प्रकट की जाती है

मशीन की दक्षता $= \frac{\text{आऊट पुट}}{\text{इन पुट}}$

एक मोटर में इन पुट 6000 वाटस है और आऊट पुट 5300 वाट्स है दक्षता के प्रतिशत ज्ञात करो

उत्तर $88\frac{1}{3}\%$

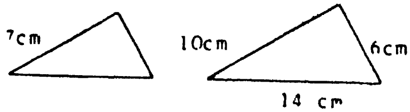
3. एक पीतल के टुकड़े का भार 10 कि० ग्राम है जिस में तांबा और जस्त 3.2 अनुपात में है यह 12 कि० ग्राम पीतल के साथ पिघलाया जाता है जिसमें तांबा और जस्त 5 : 3 के अनुपात में है नये अलाय में तांबा और जस्त का अनुपात निकालो.

उत्तर : तांबा : जस्त=27 : 17

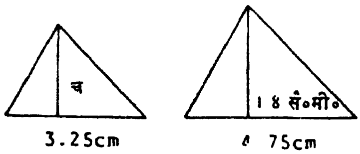
4. ढ़लवे लोहे के लिए प्रयोग में लाई जाने वाली रेत का मिश्रण, 10 भाग सिलिका सैंड (Silica Sand), 1.4 भाग मिट्टी और 0.6 भाग पानी है प्रत्येक की बनावट ज्ञात करो जबकि रेत का मिश्रण 600 किलो दिया हुआ है

उत्तर : सिलिका सैंड 500 किलो मिट्टी 70 किलो पानी 30 किलो

5. अगर दो त्रिभुजों की भुजायें इस चित्र में समानुपाती (Corresponding) हैं तो छोटी त्रिभुज का नाप निकालो जो नही दिया गया । उत्तर :9.8 सै. मी., 4.2 सै. मी.



6. दो त्रिभुजों में जैसा कि चित्र में दिखाया गया है कि ऊचाईयां आधार के समानुपाती है छोटे त्रिभुज की ऊचाई ज्ञात करो उत्तर : 1.23 सै .मी.



7. दो गरारियों के चक्करों के नम्बर जहा वे मैश (mesh) कर रहे है गराग्यिों के दांतों के नम्बरों के विपरीत समानुपाती है अगर दांतों के नम्बर गरारियों में 15 और 48, क्रमशः है ग्रौर चक्कर प्रति मिन्ट छोटे का 40 हैं तो प्रति मिन्ट बड़ी का ज्ञात करो

उत्तर : $12\frac{1}{2}$ चक्कर प्रति मिन्ट

8. एक बोर्ड पर 5 माइक्रोन (micron) मोटी निक्कल की परत चढाने का खर्च 15 रुपये है दूसरे बोर्ड की 12.5 माइक्रोन मोटी परत का खर्च ज्ञात करो जब कि वह पहले से 4 गुना है

उत्तर : रु. 150/-

अध्याय-6

बीज गणित चिन्ह प्रारम्भिक बीज-गणित आपरेशन

बीज गणित के विषय में संस्थाओं की बजाय अक्षरों तथा चिह्नों का प्रयोग होता है। और यह अंकगणित को जारी रखता है। और सरल तथा अधिक शक्तिशाली गणित आपरेशन की विधियों को बढ़ावा देने में लाभप्रद है।

बीज गणित में प्रयोग होने वाले चिह्न

चिह्न	अर्थ	चिह्न	अर्थ
$=$	बराबर के लिए	$\geqq$	से अधिक या बराबर हैं
$\neq$	बराबर नहीं के लिए	$+$	जमा
$\equiv$	बिल्कुल बराबर है के लिए	$-$	घटाना
$\underline{\triangle}$	अनुरूप, समतुल्य के लिए	अ $\times$ ब, अब	अ को ब से गुणा किया
$\approx$	लगभग बराबर है	अ/ब, अ/ब; अब$^{-1}$	अ को ब से भाग दिया
α	समानुपात के लिए	अ |	परिणाम, मात्रा के लिए
∞	जिसका अन्त न हो के लिए	अ^{न}	अ कि घात न
$<$	से कम के लिए	$\lessgtr$	जोड़ के लिए
$>$	से अधिक के लिए	$-$	रेखा कोष्ठक
$\therefore$	इसलिए	( )	लघु कोष्टक
$\because$	क्योंकि	{ }	घनु कोष्ठक
$\leq$	से कम के लिए या बराबर के लिए	[ ]	गुरू कोष्ठक

गुणांक : हमारे पास 4 अ ब एक बीज गणित की व्यंजक है जिस में 4, अ, ब इसके गुणन खण्ड हैं। इनमें से किसी एक गुणन खण्ड था 2 या 2 से अधिक गुणन खण्डों की गुणा को बाकी गुणन खण्ड का गुणांक कहते है।

पद, सजातीय पद, विजातीय पद :

पद : यह बीज गणित द्वारा बताई जाने वाली विधि है जो कि गुणनफल और भागफल की सामान्य संख्या और अक्षर है इस प्रकार

$4\ अ^2ब^3,\ 2\ अ^2ब^2,\ \frac{अ}{ब}$ पद है।

बीज गणित के व्यंजक जो अलग पद रखते हों।

$4\ अ^3 + 3\ अ^2 + 5\ अ;\ अ^2ब^2 + अ^2स^2 - ब^2स^2$

सजातीय पद : जिन पदों में अक्षर और उनके घात समान हों तथा गुणांक केवल संख्यात्मक हो, उनको सजातीय पद कहा जाता है।

विजातीय पद : जिन पदों में अक्षर या उनके घात भिन्न हो तो उन्हें विजातीय पद कहते हैं।

उदाहरण के लिए :

सजातीय पद : 1. $2\ अ^2ब^2,\ 3\ ब^2अ^2,\ 5\ अ^2ब^2$

2. -4 क ख, 7 ग क, -9 क ग

विजातीय पद : 1. अ ब, 5 अ स, 9 ब स

2. $\frac{अ}{ब}, \frac{-ब}{स}, \frac{स}{अ}$

जोड़ना (Addition) : बीज गणित में भी जोड़ अंक गणित की ही भांति किया जाता है। लेकिन ध्यान में रखने वाली कुछ महत्वपूर्ण बातें है। केवल सजातीय पदों को जो कि एक ही प्रकार के पद हैं इन्हें जोड़ा या घटाया जा सकता है। तुम सजातीय पदों के संख्या सूचक गुणांक को जमा या घटा सकते हो।

(i) 7 अ + 5ब को 3 अ — 2ब में जोड़ो

$$\begin{array}{l} 7अ + 5ब \\ 3अ - 2ब \\ \hline 10अ + 3ब \end{array}$$

(ii) $5अ^2ब^2 + 8ब^2स^2$ को $9अ^2स^2 - 10$ में जोड़ो

$$\begin{array}{l} 5अ^2ब^2 + 8ब^2स^2 \\ 9अ^2स^2 - 10 \\ \hline 5अ^2ब^2 + 8ब^2स^2 + 9अ^2स^2 - 10 \end{array}$$

घटाना (Substraction) : बीज गणित में सजातीय पद ही घटाये जा सकते हैं। मात्रा के चिह्नों के बाद जो कि घटाया जाना है तब दूसरे व्यंजक में जमा करो। चिह्नों का बदलना सोचकर किया जाता है।

उदाहरण : $अ^2 - 2ब - 2स$ को $4अ^2 - 5ब + 6स$ में से घटाओ

$$\begin{array}{l} 4अ^2 - 5ब + 6स \\ अ^2 - 2ब - 2स \\ \hline 3अ^2 - 3ब + 8स \end{array}$$

घात और घातांक : जब कोई राशि 'अ' अपने आप से 'ब' बार गुणा होती है तो गुणा अ.अ.अ.······अ (ब बार) को '$अ^{ब}$' के चिह्न द्वारा लिखा जायेगा जो कि इस प्रकार लिया जाता है 'ब घात अ की' या 'अ की घात ब' या 'अ से ब'। यहां राशि अ आधार कहलाएगी और ब, पूर्ण संख्या, घातांक कहलाएगी।

घातांक के नियम : जब ल और व घनात्मक पूर्ण संख्यायें हों तो निम्नलिखित परिणाम प्राप्त किए जाते हैं।

1. $अ^{ल} \quad अ^{व} = अ^{ल+व}$

2. $\frac{अ^{ल}}{अ^{व}} = अ^{ल-व} = \frac{1}{अ^{ल-व}}$ जहां कि $अ \neq 0$

3. $(अ^{ल})^{व} = अ^{ल व}$

4. $(अब)^{ल} = अ^{ल} \quad ब^{ल}$, $\left(\frac{अ}{व}\right)^{ल} = \frac{अ^{ल}}{व^{ल}}$ जहां कि $व \neq 0$

उदाहरण:

(i) $अ^{2}.अ^{3} = अ^{2+3} = अ^{5}$

(ii) $\frac{अ^{5}}{अ^{2}} = अ^{5-2} = अ^{3}$, $\frac{अ^{5}}{अ^{7}} = अ^{5-7} = अ^{-2} = \frac{1}{अ^{2}}$

(iii) $(अ^{2})^{5} = अ^{10}$

$अ^{\circ}$ का मान : पहली बार देखने में ही यह शून्य होगा। परन्तु जब हम इस की कीमत मात्रा द्वारा निकालेंगे जिससे कि हम जान कर हैं। हमारे पास इस प्रकार हैं :

$अ^{2} \div अ^{2}$

$अ^{2-2} = अ^{0}$ (घातांक के नियम द्वारा) परन्तु $अ^{2} \div अ^{2} = \frac{अ^{2}}{अ^{2}} = 1$

$\therefore अ^{0} = 1$ इसी प्रकार $2^{0} = 1$, $100^{0} = 1$, $(अबस)^{0} + 1$ और अन्य कई

चिह्नों के नियम **उदाहरण**

+ गुणा या भाग जमा द्वारा हमें + का चिह्न देती है $अ.व = अ ब$, $अ \div ब = \frac{अ}{ब}$

— गुणा या भाग घटाने पर हमें + का चिह्न मिलता है $-अ - ब = अ ब$, $-अ \div (-ब) = \frac{अ}{ब}$

+ गुणा या भाग — द्वारा हमें — का चिह्न देती है $-अ.(-ब) = -अ ब$, $अ \div (-ब) = \frac{-अ}{ब}$

— गुणा या भाग + द्वारा हमें — का चिह्न देती है $-अ.(ब) = -अ ब$, $-अ \div (ब) = \frac{-अ}{ब}$

यह जरूरी नहीं है कि जमा का चिह्न किसी संख्या के आगे लगाए। इस का मतलब ही जमा होता है

गुणा : एक सी अनेक संख्याओं के जोड़ निकालने की सरल विधि को गुणा कहते हैं।

उदाहरण :

आपस में गुणा करने पर 14 अ स—3 अ ब + 2 और अ स—अ ब + 1

14 अ स 3 अ ब + 2

अ स—अ ब + 1

---

14 $अ^2स^2$—$3अ^2$ ब स + 2अ स

—14 $अ^2$ब स + $3अ^2ब^2$—2अ ब

+ 14 अ स —3अ ब + 2

$14अ^2स^2$—$17अ^2$ब स + 16अ स + $3अ^2ब^2$5—अ ब + 2

भाग : भाग गुणा से उल्ट होता है । एक संख्या दूसरी सख्या में कितनी बार सम्मिलित है को ज्ञात करने की विधि को भाग कहते है !

उदाहरण :

भाग करो $अ^2$ + ब अ + 12, अ + 3 के द्वारा

अ + 3) $अ^2$ + 4अ + 12 (अ + 4

$अ^2$ + 3अ

4अ + 12

4अ + 12

सरल करना

कोष्ठक को हटाना : कोष्ठक कुछ पदों को व्यंजक के रूप में बनाने के लिये प्रयोग की जाती है। कोष्ठकों का खास अर्थ है। जब जरूरी पद कोष्ठक के अन्दर बन्द होते हैं पहले हम पदों को संक्षिप्त करते है और परिणाम पदों को अगले स्थान पर प्रयोग करेंगे ! गुणा, भाग, जोड़ या घटाने के चिह्न कोष्ठक के सामने पाये जाते है ! और कुछ नियम लगाये जाते है कोष्ठक को हटाते समय ।

कोष्ठक को हटाने के नियम :

1. जब जोड़ का चिह्न किसी कोष्ठक के सामने लगा हो तो कोष्ठक के अन्दर के व्यंजक में कोई परिवर्तन किये बिना कोष्ठक को खोला जा सकता है ।

उदाहरण : अ + (ब + स) = अ + ब + स

2. जब कोष्ठक के सामने घटाओं का चिह्न लगा हो तो कोष्ठक को हटा कर उसके अन्दर से चिह्न बदल देने चाहिए ।

उदाहरण : क—(ख + ग) = क—ख—ग

3. एक से अधिक कोष्ठक खोलते समय हमें सब से पहले छोटे कोष्ठक को खोलना चाहिए और अन्त में सब से बड़ा कोष्ठक खोलना चाहिए 1

सरल करने के कुछ उदाहरण

1. सरल करो जब कि अ = 2 और ब = 3, $3अ^2ब^2$—$6अ^2$ब -- अ ब—$3अ^2$ + $अ^2ब^2$ - $अ^2$ब + अ ब

सजातीय पदों का जोड़ : $3अ^2ब^2 + अ^4ब^2 — 6अ^2ब - अ^2ब$ अ ब + 4अ ब − $3अ^2$

$= 4अ^2 ब^2 — 7अ^2ब + 3अ ब — 3अ^2$

$= 4.2^2.3^2 — 7.2^2.3 + 3.2 — 3.2^2$

$= 4.4.9 — 7.4.3 + 3.2.3 — 3.4$

$= 144 — 84 + 18 — 12 = 66$ उत्तर

2. सरल करो : (क—2ख) (5क + 7ख)—$(2क—3ख)^2$

ग्रुप 5, 2 वर्ष प्रारम्भिक जुलाई, 1972

$= 5क^2 + 7क ख — 10क ख — 14ख^2 — (4क^2 — 12क ख + 9ख^2)$

$= 5क^2 + 7क ख — 10क ख — 14ख^2 — 4क^2 + 12क ख — 9ख^2$

$= क^2 + 9क ख — 23ख^2$ उत्तर

3. सरल करो : $[\{2क—(4क—\overline{2क — 3क})\}—\{6क + (5क + \overline{3क—4क})\}]$

$= [\{2क—4क + 2क − 3क\}—\{6क + 5क + 3क—4क\}]$

$= 2क—4क + 2क —3क—6क—5क—3क + 4क = —13क$ उत्तर

4. सरल करो : $\frac{3\sqrt{क} \times ख^2}{\sqrt{क}} + \frac{क^2 \times 4\sqrt{क}}{क}$

वर्गमूल के चिह्नों को घातांक भिन्नों में बदलने से

$$\frac{क^{\frac{1}{3}} \times क^2}{क^{\frac{1}{2}}} + \frac{क^3 \times क^{\frac{1}{4}}}{क}$$

हरों को ऊपर लेकर जाने से तथा घातांक भिन्नों के चिह्न बदलने से हमें प्राप्त होता है

$= क^{\frac{1}{3}} \times क^2 \times क^{-\frac{1}{2}} + क^3 \times क^{\frac{1}{4}} \times क^{-1}$

प्रत्येक ग्रुप की युक्तियां (Indices) जमा करो।

$क^{2\frac{1}{3} — \frac{1}{2}} + क^{3\frac{1}{4} — 1} = क^{1\frac{5}{6}} + क^{2\frac{1}{4}}$ उत्तर.

5. सरल करो : $\left[\left(\frac{क}{ख}\right)^3 \times (क^2)^2 \times क^{\frac{1}{3}}\right] \left[(कख^2)^2 \times ख^{—3} \times क^{-2}\right]$

$= \left[\frac{क^3}{ख^3} \times क^4 \times क^{\frac{1}{3}}\right] \left[क^2ख^4 \times क^{-3} \times {}^{-2}\right]$

$= \left[\frac{क^{3+4+\frac{1}{3}}}{ख^3}\right]$ $(क^2. क^{-2}. ख^4. ख^{-3})$ उत्तर

$= \frac{क^{7\frac{1}{3}}}{ख^3} क^0. ख. = \frac{क^{7\frac{1}{3}}}{ख^3} 1. ख. = \frac{क^{7\frac{1}{3}}}{ख^2}$ उत्तर

अभ्यास

निम्नलिखित का मान निकालो :

(1) (2क + ख —3 ग), जब कि क = 1, ख = 2, ग = —3 = 13 उत्तर.

(2) $\frac{2क — 5ख — 7ग}{4क — 2ख + 10ग}$, जब कि क = 3, ख = —6, 6ग = 1 = $\frac{29}{34}$ उत्तर.

(3) $\dfrac{\text{म}_1 - \text{म}_2}{\text{ज}_1 - \text{ज}_2}$, जबकि म$_1$ = 214, म$_2$ = 186, ज$_1$ = 5.64, ज$_2$ = 3.27 = 11.8 उत्तर.

(4) $\dfrac{3\text{क} - \text{ख} + 2\text{ग}}{\text{क} + 5\text{ख} \quad 4\text{ग}}$, जबकि क = 1, ख = −2, ग = −1 = $-\frac{3}{5}$ उत्तर.

(5) क^4 + 4क^{3}ख + 6क^{2}ख^2 — 4कख^3 + ख^4, जबकि क = 1, ख = 3 = 40 उत्तर.

(6) $\sqrt{(\text{क}+\text{ग})}$ $\sqrt{(\text{घ}+\text{च})}$ क = 1, ग = 3
घ = 4, च = 5
उत्तर : 6

2, निम्नलिखित समूहों की बीजगणित उक्तियों द्वारा आपस में जमा करो।

(1) 2अ^2 + ब^2 अ + ब, 3ब^2 + अ — अ^2, अ — 2ब + अ^2 — 4ब^2
उत्तर : 2अ^2 + अ — ब

(2) क^2 — क ख + 2ख ग + 3ग^2, 2क ख + ख^2 — 3ख ग — 4ग^2,
क ख — 4ख ग + ग^2 — क^2, क^2 + 2ग^2 + 5ख ग — 2क ख
उत्तर : क^2 + ख^2 + 2ग^2

(3) 2क^{2}ख ग — 2कग ख^2 + 5ग^{2}क ख, 4ख^{2}क ग + 4ख ग क^2 — 7क ग^{2}ख,
4क ख^2 — 3क^{2}ख ग — 3क ख^{2}ग, ख^{2}क ग — क ख ग^2 — 3क^{2}ख ग
उत्तर : क ख ग^2

(4) अ^2 + ब^2 — स^2 + 2अ ब — 2ब स, ब^2 + स^2 — अ^2 + 2ब स — 2स अ, स^2 + अ^2 — ब^2 + 2स अ
— 2अ ब, 1 — अ^2 — ब^2 — स^2 उत्तर : 1.

3. निम्नलिखित में दूसरी उक्तियों को पहली में से घटाओ।

(1) 3अ ब 2ब स + 4स अ, 3स अ + ब स — 2अ ब उत्तर : 5अ ब — 3ब स + स अ

(2) 4अ^2 + 3ब^2 — 6अ + 4ब — 2, 2अ — ब^2 + 3अ^2 + 4ब + 3 उत्तर : अ^2 + 4ब^2 — 8अ + 8ब — 5

(3) य^3 3य^{2}र + 4य र^2 र^3, 2र^3 + 3र^{2}य — 2र य^2 — 3य^3 उत्तर : 4य^3 — य^{2}र + य र^2 — 3र^3

(4) 4अ^{2}ब — 3क ख + 2क^2 — अ ब, 4अ ब + क ख^2 3क^2 + 2क ख
उत्तर : 4अ^{2}ब — 5क ख + 5क^2 — 5अ ब — क ख^2

4. निम्नलिखित समूहों का बीजगणित उक्तियों द्वारा गुणनफल निकालो।

(1) ब^2 — 4ब + 16, ब + 4 उत्तर : ब^3 + 64

(2) ब — 4, ब + 3 उत्तर : ब^2 — ब — 12

(3) 3य — र — ल^2, 2र + य + 3ल^2 उत्तर : 3य^2 + 5यर + 8रल^2 — 2र^2 — 5रल^2 — 3ल4

(4) 3 — अ — ब, 2अ + ब + 1, अ ब
उत्तर : ब^3 — 2ब^2 — 3ब + 3अ + 5अ^2 — 3अ ब 2अ^3 — अ^{2}ब + 2अ ब^2

(5) अ^2 — अ ब + ब^2, अ^2 + अ ब + ब^2 उत्तर : अ^4 + अ^{2}ब^2 + ब^4

(6) अ^4 + अ^{3}ब + अ^{2}ब^2 + अ ब^3 + ब^4, अ — ब उत्तर : अ^5 — ब^5

5. भाग दो ।

(1) $\dfrac{4\text{क}^3\text{ख}^2 + 16\text{कख} - 4\text{क}^2}{-\,2\text{क}^2\text{ख}}$ उत्तर : $2\text{क ख} - \dfrac{8}{\text{क}} + \dfrac{2}{\text{ख}}$

(2) $\dfrac{2\text{अ}^4 + 3\text{अ}^3 - \text{अ}^2 - 1}{\text{अ} - 2}$ उत्तर : $2\text{अ}^3 + 7\text{अ}^2 + 13\text{अ} + 26 + \dfrac{51}{\text{अ} - 2}$

(3) $\dfrac{16\text{ब}^4 - 1}{2\text{ब} - 1}$ उत्तर : $8\text{ब}^3 + 4\text{ब}^2 + 2\text{ब} + 1$

(4) $\dfrac{27\text{स}^3 - 64}{3\text{स} - 4}$ उत्तर : $9\text{स}^2 + 12\text{स} + 16$

(5) $\dfrac{4\text{अ}^3\text{ब} + 5\text{अ}^2\text{ब}^2 + \text{अ}^4 + 2\text{अ ब}^3}{\text{अ}^2 + 2\text{ब}^2 + 3\text{अब}}$ उत्तर : $\text{अ}^2 + \text{अ ब}$

6. ग्रुपों के चिह्नों को दूर कीजिए ।

(1) $(\text{अ} + 3\text{ब} - \text{स}) - (2\text{ब}\quad \text{अ} + 3\text{स}) + (4\text{स} - 3\text{अ} + 2\text{ब})$ उत्तर : $3\text{ब} - \text{अ}$

(2) $3(\text{अ}^2 - 2\text{ब स} + \text{ब}^2) - 4(\text{अ}^2 - \text{ब}^2 - 3\text{ब स}) + \text{अ}^2 + \text{ब}^2$ उत्तर : $8\text{ब}^2 + 6\text{ब स}$

(3) $3\text{अ} + 4\text{ब} + 3\,\{\text{अ} - 2\,(\text{ब} - \text{अ}) - \text{ब}\}$ उत्तर : $12\text{अ} - 5\text{ब}$

(4) $3 - [2\text{अ} - \{1 - (\text{अ} + \text{ब})\} + \{\text{अ} - 2\text{ब}\}]$ उत्तर : $\text{ब} - 4\text{अ} + 4$

7. सरल कीजिए ।

(1) $\dfrac{3^{\text{कख} + \text{ख}}}{3^{\text{कख} + \text{क}}} \quad \dfrac{3^{2\text{क}}}{3^{2\text{ख}}}$ उत्तर : $3^{\text{क} - \text{ख}}$

(2) $\sqrt[\text{अ}]{\text{अ}^{\text{अ}^2 - \text{अ}}}$ उत्तर : $\text{अ}^{\text{अ} - 1}$

(3) $\dfrac{1}{1 + \text{अ}^{\text{क} - \text{ख}}} + \dfrac{1}{1 + \text{अ}^{\text{ख} - \text{क}}}$ उत्तर : 1

(4) $\sqrt[3]{(\text{अ} - 2)^{-2}}$ जबकि, $\text{अ} = -6$ उत्तर : $\frac{1}{4}$

अध्याय-7

गुणन खण्ड और समीकरण

बीजगणित और स्टैण्डर्ड फार्मूले :

इन परिणामों को गुणा की विधि द्वारा प्रमाणित करो :

1. क (ग + घ) = क ग + क घ
2. (क + ख) (क — ख) = (क^2 – ख^2)
3. (क + ख) (क + ख) = (क + ख)^2 = क^2 + 2क ख + ख^2
4. (क — ख) (क - ख) = (क — ख)^2 = क^2 – 2क ख + ख^2
5. (अ + क) (अ + ख) = अ^2 + (क + ख) अ + क ख
6. (क + ख) (ग + घ) = क ग + ख ग + क घ + ख घ
7. (क + ख) (क + ख) (क + ख) = (क + ख)^3 = क^3 + 3क^{2}ख + 3क ख^2 + ख^3
8. (क – ख) (क ख) (क — ख) = (क — ख)^3 = क^3 — 3क^{2}ख + 3क ख^2 — ख^3
9. (क – ख) (क^2 + क ख + ख^2) = क^3 — ख^3
10. (क + ख) (क^2 — क ख + ख^2) = क^3 + ख^3
11. (क + ख + ग)^2 = क^2 + ख^2 + ग^2 + 2क ख + 2ख ग + 2क ग

गुणनखण्ड : ये बीजगणित की बह उक्ति है जिस मे दो या दो से अधिक बीजगणित की उक्तियां होती है, जिनको कि यदि गुणा किया जा: तो दी हुई उक्ति बन जाती है गुणनखण्ड की लाभदायक विधियां निम्न लिखित है

1. **साधारण तरीका :** क ग + क घ = क (ग + घ)

उदाहरण : (i) 4क + 8ख + 12ग = 4(क + 2ख + 3ग) (ii) 3ब^2 + 6ब^3 + 12ब^4 = 3ब^2(1 + 2ब + 4ब^2)

2. **दो वर्गों का अन्तर** तरीका — क^2 — ख^2 = (क + ख) (क + ख)

उदाहरण : (i) क^2 - 9 = क^2 3^2 = (क + 3) (क – 3) (ii) अ^{2}ब^2 36ब^4 = ब^2 (अ^2 — 36ब^2) = ब^2{अ^2 + (6ब)^2} = ब^2(अ + 6ब) (अ — 6ब)

3. $क^2 + 2क\ ख + ख^2 = (क + ख)^2$

$क^2 - 2क\ ख + ख^2 = (क - ख)^2$

उदाहरण : (i) $1 + 4ब + 4ब^2$
$= 1 + 2.2ब + (2ब)^2$
$= (1 + 2ब)^2$

(ii) $म^2 - 4म + 4$
$= म^2 - 2.2म + (2)^2$
$= (म - 2)^2$

4. $अ^2 + (क + ख)अ + क\ ख = (अ + क)(अ + ख)$

उदाहरण : (i) $क^2 + 6क + 8$
$= क^2 + 4क + 2क + 8$
$= क^2(क + 4) + 2(क + 4)$
$—(क + 4)(क + 2)$

(ii) $अ^2 - 2अ - 8$
$= अ^2 - 4अ + 2अ - 8$
$= अ(-4) + 2(अ - 4)$
$= (अ - 4)(अ + 2)$

5. $क^3 + ख^3 = (क + ख)(क^2 - क\ ख + ग^2)$

$क^3 - ख^3 = (क - ख)(क^2 + क\ ख + ग^2)$

उदाहरण : (i) $अ^3 + 27 = अ^3 + 3^3$
$= (अ + 3)(अ^2 \quad 3अ + 3^2)$
$= (अ + 3)(अ^2 \quad 3अ + 9)$

(ii) $क^3 - 8 = क^3 - 2^3$
$= (क - 2)(क^2 + क.2 + 2^2)$
$= (क - 2)(क^2 + 2क + 4)$

6. $क\ ग + ख\ ग + क\ घ + ख\ घ = ग(क + ख) + क(क + ख) = (क + ख)(ग + घ)$

उदाहरण : (i) $कख + कग + ख + ग$
$= क(ख + ग) + (ख + ग)$
$= (ख + ग)(क + 1)$

(ii) $अ^3ब^3 - ब^3 + 8अ^3 - 8$
$= अ^3(अ^3 - 1) + 8(अ^3 - 1)$
$= (अ^3 - 1)(ब^3 + 8)$

(iii) $(अ + 2)(अ + 4)(अ + 8)(अ + 10) + 20$
$= (अ + 2)(अ + 10)(अ + 4)(अ + 8) + 20 = (अ^2 + 12अ + 20)(अ^2 + 12अ + 32) + 20$

माना $अ^2 + 12अ = क$

तब $(अ^2 + 12अ + 20)(अ^2 + 12अ + 32) + 20$
$= (क + 20)(क + 32) + 20$
$= क^2 + 52क + 640 + 20 = क^2 + 52क + 660$
$= क(क + 30) + 22(क + 30)$

'क' का मान ऊपर रखते हुए :

$(अ^2 + 12\ अ + 22)(अ^2 + 12अ + 30)$

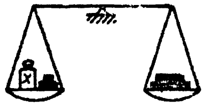
इस प्रकार गुणनखण्ड $(अ^2 + 12अ + 22)$ और $(अ^2 + 12अ + 30)$ बनते है।

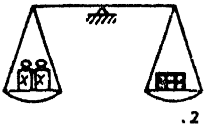
समीकरण

सरल समीकरण : समीकरण एक तराजू की भान्ति है।

दोनों तरफ समान मात्रा में बढ़ाई जा सकती है या घटाई जा सकती है।

अथवा, दोनों तरफ समान मात्रा से गुणा की जा सकती है या भाग की जा सकती है।





$\text{अ}+3 = 7$

$\text{अ}+3 \;\boxed{-3}\; = 7 \;\boxed{-3}$

$\text{अ} = 4$

$2\text{अ} = 6$

$\frac{2\text{अ}}{2} = \frac{6}{2}$

$\text{अ} = 3$

कई बार एक ही प्रकार के पदों को एक तरफ लाने के लिए साईड बदली जाती है। इस दशा में साईड बदलते समय उनके चिह्न भी बदल जाते हैं।

उदाहरण : (i) $18 = 7\text{अ}+4$ या, $18-4 = 7\text{अ}$ (4 का चिह्न बदल जाता है)

या, $\text{अ} = \frac{14}{7}$ $\therefore \text{अ} = 2$

(ii) $17\text{अ}-3 = 12+2\text{अ}$ या, $17\text{अ}-2\text{अ} = 12+3$

या, $15\text{अ} = 15$ या $\text{अ} = 1$

(iii) $3(15\text{अ}-2) = 13\text{अ}+10.5$ या, $45\text{अ}-6 = 12\text{अ}+10.5$

या, $45\text{अ}-12\text{अ} = 10.5+6$ या, $332 = 16.5$ $\therefore \text{अ} = 0.5$

(iv) $\frac{\text{अ}}{4}+\frac{\text{अ}}{5} = 2$ गुणा करने पर $4\times5 = 20$ दोनों तरफ

$20\frac{\text{अ}}{4}+20.\frac{\text{अ}}{5} = 2\times20$ या $5\text{अ}+4\text{अ} = 40$

$\therefore \text{अ} = \frac{40}{9} = 4\frac{4}{9}$

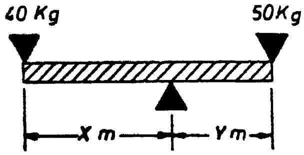
(v) $\frac{\text{अ}}{\text{अ}-4} = 5$ या, $\text{अ} = 5(\text{अ}-4)$ या, $\text{अ} = 5\text{अ}-20$

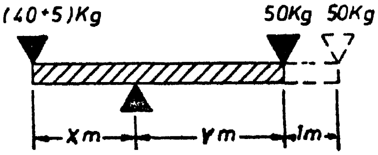
या, $20 = 4\text{अ}$ $\therefore \text{अ} = 5$

(vi) $2\text{अ} = {}^{2}14$ या $\text{अ}^2 = 7$ दोनों तरफ वर्गमूल लेने पर

$\sqrt{\text{अ}^2} = \sqrt{7}$ $\therefore \text{अ} = \sqrt{7} = 2\ 828$

युगपत समीकरण :





तराजू की सन्तुष्टि के लिये हम दो समीकरण चित्रों द्वारा बना सकते है।

$40\text{अ} = 50\text{ब}$......(i) $(40+5)\text{अ} = 50(\text{ब}+1)$............(ii)

अ ब के मान दोनों समीकरणों को साथ-साथ सन्तुष्ट करते है, जिन समीकरणों में दो या दो से अधिक अज्ञात राशियां हों उसे युगपत समीकरण कहते है।

हल दो समीकरणों का दो अज्ञात के साथ :

1. जोड़ने द्वारा
2. घटाने द्वारा
3. प्रतिस्थापन द्वारा
4. तुलना द्वारा

जोड़ने की रीति द्वारा विलोपन

उदाहरण—1 : ज्ञात करो अ + ब = 15.........(i)

3अ — ब = 21.........(ii)

हल :

समीकरण (1) और (2) को जोड़ने पर

अ + ब = 15

3अ — ब = 21

4अ ब = 36

∴ अ = 9

अ की ये कीमत समीकरण (ii) में रखे या, अगर समीकरण (i) में इस से आसान है।

9 + ब = 15 या, ब = 15 — 9 = 6

∴ हल अ = 9

ब = 6

घटाने की रीति द्वारा विलोपन

उदाहरण – 2 : ज्ञात करो अ — ब = 9......(i)

अ + 3ब = 1......(ii)

दोनों समीकरणों को घटाने पर (i) और (ii)

अ – ब = 9

अ + 3ब = 1 ∴ ब = —2

—4ब = 8

अ की कीमत ज्ञात करने के लिये ब की कीमत को समीकरण (i) में रखे।

अ — ब = 9

अ — (—2) = 9

अ = 9 — 2 = 7

उदाहरण 3. दिया है अ + 3ब = 5

अ — ब = 3

8अब की कीमत निकालने के लिए $(अ^2 + ब^2)$

ग्रुप-4, 2 वर्ष, जुलाई 1970

वर्ग करने पर $अ^2 + 2अ\,ब + ब^2 = 25$......(i)

$अ^2 — 2अ\,ब + ब^2 = 9$......(ii)

घटाने पर 4अ ब = 16 ∴ अ ब = 4

जोड़ने पर $2(अ^2 + ब^2) = 34$

(i) और (ii) ∴ $अ^2 + ब^2 = 17$

$8अ\,ब\,(अ^2 + ब^2) = 8 \times 4 \times 17 = 544$

प्रतिस्थापन रीति द्वारा विलोपन

उदाहरण 4. ज्ञात करो ब + 7अ = 42 ·········(i)

3अ — ब = 8 ········ (ii)

ब + 7अ = 42 ∴ ब = 42 — 7अ

ब की यह कीमत समीकरण (ii) में रखने पर

3अ — (42 + 7अ) = 8

∴ 3अ — 42 + 7अ = 8

∴ 10अ = 8 + 42 = 50

अ = 5

ब की कीमत निकालने के लिए अ की कीमत समीकरण (ii) में रखते हुए

3अ — ब = 8 या, 15 — 8 = ब

या, 3.5 — ब = 8 या, ब = 7

तुलना रीति द्वारा विलोपन

उदाहरण 5. क + 4ख = 21

3क — ख = 11

हल क + 4ख = 21 ········(i)

3क — ख = 11 ·········(ii)

क + 4ख = 21 या, क = 21 — 4ख ·········(iii)

3क — ख = 11 या, 3क = 11ख या क = $\frac{11 + \text{ख}}{3}$ ......(iv)

क्योंकि क = क, समीकरण (iii) और (iv) के दाहिने तरफ के मैम्बरों को बराबर करना सम्भव है इस लिए अज्ञात 'क' का विलोपन करते हुए

$\frac{11 + \text{ख}}{3}$ = 21 — 4ख

या, 11 + ख = 63 — 12ख

या, 13ख = 63 — 11 = 52

या, ख = 4

"ख" का मान समीकरण (i) में रखने से 'क' का मान निकलता है

क + 4ख = 21

या, क + 4.4 = 21

या, क = 21 — 16 = 5

उदाहरण 6: अ और ब को हल करो

8अ — 4ब = 58

$\frac{\text{अ}}{2} + \frac{\text{ब}}{5}$ = 0.7 ग्रुप, 5, 2 वर्ष., जुलाई 1971.

8अ — 4ब = 58 .....(i)

$\frac{\text{अ}}{2} + \frac{\text{ब}}{5}$ = 0.7......(ii)

समीकरण (ii) को 10 से गुणा करने पर 5 अ + 2ब = 7......(iii)

समीकरण (iii) को 2 से गुणा करने पर और जमा करने पर

$8अ - 4ब = 58$

$\frac{10अ + 4ब = 14}{18अ \quad = 72}$ या, $अ = \frac{72}{18} = 4$

अ का मान समीकरण (ii) में रखने पर

$\frac{4}{2} + \frac{ब}{5} = 0.7$ या, $\frac{ब}{5} + 0.7 - 2 = -1.3$

या, $Y = -6.5$

द्विघात समीकरण (Quadratic Equations) :

यह वह समीकरण है जिममें अधिक से अधिक अज्ञात घात दो होता है द्विघात समीकरण द्वारा वर्गमूल निकाला जाता है जब कि मूल व्यंजक किसी समीकरण को निकालने के लिए उपयोग किये जाते है द्विघात समीकरण हल करने के ढ़ंग :

उदाहरण

1. शुद्ध द्विघात समीकरण :--

उदाहरण : $अ^2 = 3$

या $अ = \pm\sqrt{3}$

$अ = 1.73$ या, -1.73 और मूल है

$अ = +1.73, -1.73.$

2. गुणनखण्ड द्वारा हल :—

उदाहरण—1 : $अ^2 = 4अ$, $अ^2 - 4अ = 0$, $अ (अ - 4) = 0$

यहां पर दो गुणनखण्डों की गुणा जीरो है, एक गुणनखण्ड या दोनों गुणनखण्ड जीरो है

अगर दोनों जीरो हैं तब $अ = 0$, और $(अ - 4) = 0$, या, $अ = 4$

इस प्रकार $\left.\begin{matrix} अ = 0 \\ अ = 4 \end{matrix}\right\}$ दो मूल है

2. $3क^2 + 2क - 5$ गुणनखण्ड के द्वारा

$(3क + 5)(क - 1) = 0$

तब $3क + 5 = 0$, $3क = -5$, $क = -\frac{5}{3}$

या, $क - 1 = 0$, $क = 1$

इस प्रकार $क = -\frac{5}{3}, 1$ दो मूल है

3. वर्ग करने पर हल :—

उदाहरण—1 : $क^2 - 6क - 2 = 0$

या, $क^2 - 6क = 2$

या, $क^2 - 6क + 9 = 2 + 9 = 11$

या, $क^2 - 2\ 3.\ क + (3)^2 = 11$

या, $(क - 3) = 11$

इसलिए $क - 3 = \pm\sqrt{11}$, $क = 3 \pm \sqrt{11}$

2. $त^2 + \frac{5}{4} त = 0$

या, $त^2 + \frac{5}{4} त + \frac{25}{64} = \frac{25}{64}$

या, $(त + \frac{5}{8})^2 = \frac{25}{64} = (\frac{5}{8})^2$

या, $त + \frac{5}{8} = \pm \frac{5}{8}$

या, $त = -\frac{5}{8} + \frac{5}{8} = 0$ या $त = -\frac{5}{8} - \frac{5}{8} = -\frac{5}{4}$

इसलिए $त = \frac{5}{4} = 0$

4. द्विघात सूत्र द्वारा हल :—

प्राय: द्विघात समीकरण को इस प्रकार दर्शाया जाता है

$क\, अ^2 + ख\, अ + ग = 0$

इस समीकरण द्वारा

अ का मान निम्नलिखित ढ़ंग से निकाल सकते हैं :-

$क\, अ^2 + खअ + ग = 0$

या, $क\, अ^2 + ख\, अ = -ग$

या, $अ^2 + \frac{ख}{क} अ = -\frac{ग}{क}$

या, $अ^2 + \left(\frac{ख}{क} = \frac{ख}{क}\right)^2 = \frac{-ग}{क} + \frac{ख^2}{4क^2}$

$\therefore \left(अ + \frac{ख}{2क}\right)^2 = \frac{ख^2 - 4क\, ग}{4क^2}$

वर्गमूल निकालते हुए

$अ + \frac{ख}{2क} = \pm \frac{\sqrt{ख^2 - 4क\, ग}}{2क}$

या $अ = -\frac{ख}{2क} \pm \frac{\sqrt{ख^2 - 4क\, ग}}{2क}$

$\therefore अ \frac{-ख \pm \sqrt{ख^2 - 4क\, ग}}{2क}$

इस सूत्र की सहायता हम द्विघात समीकरण (Quadrtic Equations) निकाल सकते है ।

उदाहरण :

$3अ^2 - 5अ + 1 = 0$

यहां $क = 3,\ ख = -5,\ ग = 1$

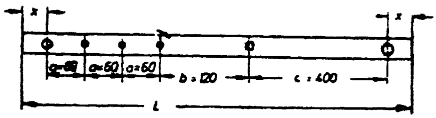
तब $अ = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4.3.1}}{2.3}$

$= \frac{5 \pm \sqrt{25 - 12}}{6}$

$= \frac{5 \pm \sqrt{13}}{6}$

समीकरणों द्वारा बनावट, प्रश्नों का हल और एपलीकेशन

उदाहरण 1.



(क) कुल लम्बाई के लिए सामान्य सूत्र ज्ञात करो

(ख) अ ज्ञात करो जब ल = 750 मि०मी०

(क) ल = अ + 3 क + ख + ग + अ
= 2अ + 3क + ख + ग

(ख) क का मान रखते हुए = 60
ख = 120, ग = 400 और ल = 750
समीकरण में रखते हुए हमें प्राप्त होता है
750 = 2अ + 3.60 + 120 + 400
= 2अ + 180 + 120 + 400
या, 2अ = 50 ∴ अ = 25

उदाहरण 2. ओपन बैल्ट जो कि बराबर पुलिस पर दौड़ रही है कि लम्बाई ल दी गई है = π व + 2ग, जहां व = पुली व्यास, ग = पुली स की मध्य दूरी

ग के लिए सूत्र बताओ जब कि ल = 136 सैं०मी० और व = 8.5 सैं०मी०

ल = π व + 2ग या 2ग = ल — πव ∴ $ग = \frac{\text{ल} - \pi\text{व}}{2}$

ल और व का मान ऊपर के सूत्र में रखते हुए

$ग = \frac{136 - 3.14 \times 8.5}{2}$ (π का मान रखते हुए = 3.14)

$= \frac{136 - 26.7}{2}$

= 54.65 सैं०मी०

उदाहरण 3. जब दिये हुए वर्ग की प्रत्येक भुजा 4 सैं०मी० है तो उस का क्षेत्रफल 64 सैं०मी०^2 बढ़ जाएगा पहले वर्ग का माप ज्ञात कीजिए। अगर अ वर्ग की भुजा है इसका क्षेत्रफल अ^2 दिया गया है :

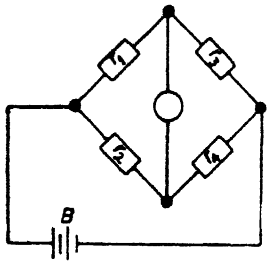
अब माना अ = दिये गये वर्ग की भुजा
तब अ + 4 नये वर्ग की भुजा
नया क्षेत्रफल = पुराना क्षेत्रफल + 64

∴ (अ + 4)^2 = अ^2 + 64 या, अ^2 + 8अ + 16 = अ^2 + 64
या, 8अ = 48 ∴ अ = 6 सैं०मी०

उदाहरण 4 वीट स्टोन ब्रिज द्वारा विद्युत प्रतिरोध मापने के लिए, 3 ज्ञात प्रतिरोध अज्ञात प्रतिरोध के साथ जोड़ने के लिए प्रयोग किए गए हैं अज्ञात प्रतिरोध में से r_1, r_2, r_3, और r_4 जैसा कि चित्र में दिखाये गए है 3 ज्ञात प्रतिरोधों

को $\frac{r_1}{r_2} = \frac{r_3}{r_4}$ अनुकूल बनाने के लिए लगाये गए है इस सूत्र से अज्ञात प्रतिरोध ज्ञात करो।

(i) दिया है, $\text{र}_1 = 50$ ओह्म्, $\text{र}_2 = 300$ ओह्म् $\text{र}_4 = 125$ ओह्म् र_3 ज्ञात करो ।



ब = बैटरी

$$\frac{\text{र}_1}{\text{र}_2} = \frac{\text{र}_3}{\text{र}_4}$$

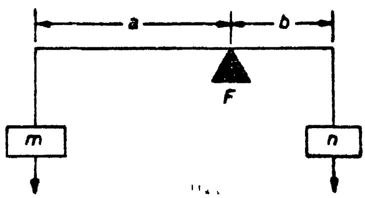
$$\therefore \frac{500}{300} = \frac{\text{र}_3}{125}$$

या $300\ \text{र}_3 = 500 \times 125$

$$\therefore \quad \text{र}_3 = \frac{500 \times 125}{300} = \frac{625}{3} = 208\tfrac{1}{3} \text{ ओह्म्}$$

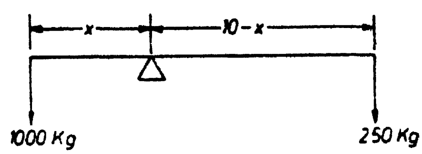
उदाहरण—5 :

आघूर्ण (moment) : डिजाइन के प्रश्नों मे आघूर्ण का सूत्र, जो बल बीम पर लग रहे हों उनकी दशा ज्ञात करने के लिए या बल का भार ज्ञात करने के लिए उपयोगी है । इस नियम की इस प्रकार व्याख्या की जाती है । आघूर्ण का जोड़ बलों के सिस्टम के गिर्द बैलेंस में शून्य होगा । सूत्र इस प्रकार लिखा जाता है $\Sigma m = 0$, जबकि Σ जोड़ को दर्शाता है और m आघूर्ण को दर्शाता है । बलों का सिस्टम नीचे चित्र में दिखाया है तथा वर्णित किया गया है । और आघूर्ण के सूत्र को उदाहरण के तौर पर दिखाया गया है



ऊपर चित्र में बीम के दोनों ओर दो बल लगाये गये हैं । बीम फलक्रम फ पर वैलेन्स की हुई है । बल ग फलक्रम से अ मि० मी० की दूरी पर है : और बल न फलक्रम मे ब मि० मी० की दूरी पर है । दूरी अ और ब को आघूर्ण की भुजायें पुकारा जाता है । क्योंकि यह प्रणाली बैलेंस में है, $\Sigma m = 0$

एक बीम की लम्बाई 10 सें०मी० है उसके एक सिरे पर 1000 कि०ग्रा० का भार लगा हुआ है और दूसरे सिरे पर 250 कि० ग्राम० का भार लगा हुआ है (जैसा कि नीचे चित्र में दिया है) । फलक्रम को कहां रखा जाये कि बीम बैलेंस हो जाये । (बीम के भार को न लेते हुए)



हल : कृपया चित्र देखें ।

अघूर्ण (moment) = 0

अ(1,000)—250(10—अ) = 0

1000अ—2500 + 250 अ = 0

1250अ = 2500

अ = 2 सेंटीमीटर, 1000 कि०ग्रा० भार से

अभ्यास

1. निम्नलिखित के गुणन खण्ड वनायें।

(क) $49क^2—16ख^2$ उत्तर : (7क + 4ख) (7क—4ख)

(ख) $अ^2—(ब + स)^2$ उत्तर : (अ + ब + स) (अ—ब—स)

(ग) $अ^6—ब^6$ उत्तर : $(अ + ब)(अ^2—अ ब + ब^2)(अ—ब)(अ^2 + अ ब + ब^2)$

(घ) $अ^8—ब^8$ उत्तर : $(अ^4 + ब^4)(अ^2 + ब^2)(अ + ब)$

(ङ) $2क^2 + क—6$ उत्तर : (क + 2)(2क—3)

(च) $4ख^2—3ख—10$ उत्तर : (4ख + 5)(ख—2)

(छ) $4अ^2 + 2अ ब—6क अ—3क ब$ उत्तर .(2अ + ब) (2अ—3क)

(अप्रेंटिस परीक्षा ग्रुप 3, सितम्बर, 1973)

(ज) $8अ^3 + 27ब^3$ उत्तर : $(2अ + 3ब)(4अ^2—6अ ब + 9ब^2)$

(झ) $(क^2 + 5क)(क^2 + 5क + 7) + 12$ उत्तर : $(क + 1)(क + 4)(क^2 + 5क + 3)$

(ञ) $अ^2—ब^2—6अ क + 2ब क + 8क^2$ उत्तर : (अ + ब—4क)(अ—ब—2क)

2. मान ज्ञात करें।

(क) $क^2 + \frac{1}{क^2}$ जबकि $क— \frac{1}{क} = 6$ उत्तर : 38

(ख) $अ^2 + \frac{1}{ब^2}$ जबकि $अ—\frac{1}{ब} = 4$ उत्तर : 14

(ग) $(क—ख)^2$ जब कि क + ख = 5 तथा क ख = —14 उत्तर : 81

3. निम्न लिखित समीकरणों को हल कीजिए।

(क) $2अ^2 = अ + 6$ उत्तर : अ = $—\frac{3}{2}$, 2

(ख) $5ब^2 = 6ब$ उत्तर : ब = 0, 6/5

(क) $अ^2 + अ = 12$ उत्तर : अ = 3—4

(घ) $अ^2—अ—20 = 0$ उत्तर : अ = —4, 5

(ङ) $3अ^2 + 4अ = 4$ उत्तर : अ = $\frac{2}{3}$, —2

(च, $2अ^2—5अ = 3$ उत्तर : अ = 3, $—\frac{1}{2}$

(छ) $4अ^2 = 4अ + 11$ उत्तर : अ = $\frac{1}{2} \pm \sqrt{3}$

(ज) $अ^2 + 8 = 4अ$ उत्तर : अ = $2 \pm \sqrt{—1}$

(झ) $6अ^2 = 12 + अ$ उत्तर : अ = $\frac{3}{2}, —\frac{4}{3}$

(ञ) $8अ + 3 = 4अ^2$ उत्तर : अ = $\frac{—8 \pm 12\sqrt{—1}}{—8}$

(ट) $\frac{म}{3} — \frac{म}{4} = 1 — \frac{म}{6}$ उत्तर : म = 4

4, निम्नलिखित समीकरणों से अ ब का मान ज्ञात करे।

(क) 6अ—12ब = 1 उत्तर : अ = $\frac{3}{2}$ ब = $\frac{2}{3}$

8अ + 9ब = 18 ग्रुप 4, 2 वर्ष जुलाई, 1972

(ख) 3अ + 4ब = 29   उत्तर : अ = 3, ब = 5
7अ + 3ब = 36

(ग) 2क — ख = —3   उत्तर : क = 0, ख = 3
5क + 4ख = 12   ग्रुप 4, 2 वर्ष प्रारम्भिक जुलाई, 1972

(घ) 3अ + 2ब = 8   उत्तर : अ = 2, ब = 1
2अ — ब = 3   ग्रुप 5, 2 वर्ष प्रारम्भिक जुलाई, 1968

(ङ) अ = 3ब + 2   उत्तर : अ = 8, ब = 2
अ — ब = 6   ग्रुप 1,1 वर्ष प्रारम्भिक, जुलाई, 1972

(च) 2अ — ब = 4   उत्तर : अ = 3, ब = 2
अ + ब = 5

(छ) 5अ + 2ब = 3   उत्तर : अ = 1, ब = —1
2अ + 3ब = —1

(ज) 2अ + 3ब = 3   उत्तर : अ = $\frac{1}{2}$, ब = $\frac{2}{3}$
6ब — 6अ = —1

(झ) 5ब = 3 — 2अ   उत्तर : अ = $\frac{11}{19}$, ब = $\frac{7}{19}$
3अ = 3ब + 1

(न) $\frac{अ—2}{3} + \frac{ब+1}{6} = 2$ उत्तर : अ = $\frac{59}{9}$, ब = $\frac{17}{9}$

$\frac{अ+3}{4} — \frac{2ब—1}{2} = 1$

(प) अ — 3ब = 2क   उत्तर : अ = $\frac{17क}{7}$, ब = $\frac{क}{7}$
2अ + ब = 5क

(फ) 3य + 2र = 7ल + ख   उत्तर : य = ल + ख, र = 2ल — ख
2य — र = 3ख

5. दो राशियों का जोड़ 28 है और उन का अन्तर 12 है। राशियां ज्ञात करो   उत्तर : 20,8

6. यदि किसी भिन्न का अंश 2 बढ़े और हर एक बढ़े तो जो भिन्न बनती है वह 1/2 के बराबर होती है। यदि फिर भी अंश 1 बढ़ा दिया जाए और हर 2 घटा दिया जाये और जो भिन्न बनती है 3/5 के बराबर होती है। भिन्न ज्ञात करो।   उत्तर : $\frac{2}{7}$

संकेत : माना अ = अंश ब = हर $\frac{अ}{ब}$ = भिन्न

(1) $\frac{अ+2}{ब+1} = 1/2$ या 2अ — ब = —3

(2) $\frac{अ+1}{ब—2} = 3/5$ या 5अ — 3ब = —11

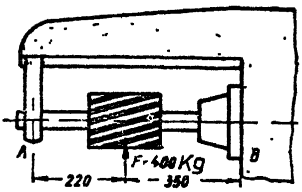
अ को हल करते हुए

अ = 2, ब = 7 और भिन्न $\frac{2}{7}$

(7) दो वर्ष पहले एक व्यक्ति की आयु अपने बेटे से छः गुणी थी। 18 वर्षों में उसकी आयु अपने बेटे से दोगुणी हो जानी चाहिए। उनकी वर्तमान आयु ज्ञात करो। उत्तर : व्यक्ति 32, बेटा 7

(8) एक दिए हुए मिश्रण में 20% तांबा और 5% टिन है। कितने किलोग्राम तांवा और टिन पिघला कर उस 100 किलोग्राम दिए हुए मिश्रण में डालें कि अन्य मिश्रण विश्लेपण में 30% तांवा और 10 प्रतिशत टिन ? सभी प्रतिशत भार द्वारा हैं। उत्तर : ताम्बा=17.500 कि०ग्रा०

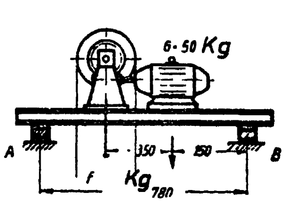
टिन=7.500 कि०ग्रा०



9. **मिलिंग मशीन :** अ तथा ब पर बल का मान ज्ञात करो।

उत्तर : अ=245.61 कि०ग्रा०

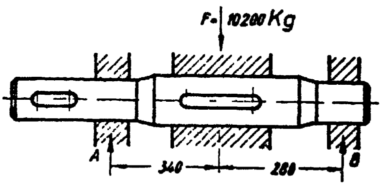
ब=154.39 कि-ग्रा०



10. **पम्प असैम्बली :** अ और ब पर बल का मान ज्ञात करो।

उत्तर : अ=586.53 कि०ग्रा०

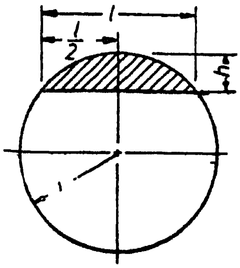
ब=363.47 कि०ग्रा०



11. **बियरिंग :** अ और ब पर बल का मान ज्ञात करो।

उत्तर : अ=4606.451 कि०ग्रा०

ब=5593.549 कि०ग्रा०



12. जब गोल छड़ को मिलिंग मशीन पर समतल कर रहे हों तो सिद्ध करो।

$$2\text{र ऊ} = \frac{\text{ल}^2}{4} + \text{ऊ}^2$$

इसलिए ऊ का मान ज्ञात करें जबकि र=2.4 सैं०मी०, ल=0.9 सैं०मी०

उत्तर : .042 सैं०मी०

संकेत : पहले भाग के लिए पाई था गोरस थियोरिम आरटीकल 3 3, पेज 74, वाली लगायें र और ल के इस मान को रखकर द्विघात समीकरण हल करो। हल करते समय पेज 56 का सूत्र लगायें।

अध्याय 9

लघुगुणक और लघुगुणक सारणी के लाभ

लघुगुणक एक घातांक है : क्योंकि लघुगुणक एक घातांक है, कुछ संख्याएं घातांक हो सकते हैं जो कि आधार कहलाते है, कोई भी सख्या जो कि आधार के लिए प्रयोग की जाती है परन्तु अधिकतर लघुगुणक की सारणी 10 की संख्या को आधार मानकर बनाई जाती है (घातांक, घात और आधार पहले से ही अध्याय 3 के पेज 22 में वर्णन किये गए है)

1000 संख्या रखो. 1000 इस प्रकार प्रदर्शित किया जाता है $=10^3$

यहां 10=आधार

3=घातांक

1000=संख्या

∵ 3 परिभाषा मानकर ऊपर लघुगुणक की संख्या 1000 है जो कि आधार 10 से ली गई है और लिखी जाती है लाग$_{10}$ 1000=3. प्रायः आधार 10 को हटाया जाता है और साधारणतय: ऐसे लिखा जाता है लाग 1000=3.

लघुगुणक : प्रत्येक लघुगुणक की संख्या दो भाग में बना है

संख्या	लघुगुणक
453	3.6561

3 — करेक्टरस्टिक (पूर्ण भाग); .6561 — मैंटीसा (दशमलव भाग)

1. पूर्ण भाग—करैक्टरस्टिक कहा जाता है जो कि
   (अ) जमा होगी अगर संख्या एक से अधिक होगी।
   (ब) घटा होगी अगर सख्या एक से कम होगी।

2. दशमलव भाग—मैन्टीसा कहा जाता है

   लघुगुणक सारणी केवल मैंटीसा बताती है।

   मैन्टीसा हमेशा हरेक संख्या के लिए जमा होना है

करैक्टरस्टिक की संख्या एक से ज्यादा होती है।

अक्षर की संख्या दशमलव बिन्दु के बांई ओर से घटा एक (—1) है

करैक्टरस्टिक जमा है

करैक्टरिस्टिक एक वह संख्या है जो इकाई से कम है।

दशमलव से दांई और संख्यायों की मात्रा शून्य होने पर +1 बन जाता है।

करैक्टरिस्टिक ऋणात्मक हो तो उसको अभ्यास.—1.6561 को ऐसे लिखेंगे द्वारा लिखते है.

$\bar{1}.6561$

इस तरह लघुगुणक है	करैक्टरिस्टिक	इसी प्रकार एन्टीलाग	करैक्टरिस्टिक
4530 का 3.6561 453 का 2 6561 45.30 का 1.6561 4530 का 0.6561	दशमल बिन्दु के बांई और वर्तमान digits में एक कम हो जाता है।	3.6561 का 4530 2.6561 का 453 1.6561 का 45.30 0.6561 का 4.530	दशमलव से बांई और को संख्या से एक ज्यादा।
0.4530 का $\bar{1}6561$ 0.0453 का $\bar{2}.6561$ 0.00453 का $\bar{3}.6561$ और इत्यादि	बिन्दु एक बार दशमलव से दाई और शून्य की संख्या +1 होती है	$\bar{1}.6561$ का 0.4530 $\bar{2}.6561$ का 0.0453 $\bar{3}.6561$ का 0.00453 और इत्यादि !	वार दशमलव बिन्दु एक शून्य कम होती है जितने की दशमलव विन्दु के बाद वार के नीचे जो मंख्या होती है उसमें।

लघुगुणक सारणी : किसी संख्या का लघुगुणक देखने के लिये हमें उससे सम्बन्धित चार दशाओं का अध्यन करना पड़ता है जो इस प्रकार है।

अभ्यास 1 : ज्ञात करो लाग 3768

सबसे पहले 37 संख्या वाली सारणी में देखो तब सारणी में 6 के नीचे देखो ताकि लाग का मेन्टीसा 376 = 0 5752 हो।

सारणी के अन्तिम सिरे पर एक कॉलम बना होना चाहिए जिससे अन्तर का पता चलता है इस प्रकार आकृति 8 के नीचे देखने पर 9 मिलेगा। जिसको की पहले प्राप्त मेन्टीसा में जोड़ देना होगा। इस विधि को इन्टरपोलइएश्न कहते है। इस प्रकार लाग 376 = 5752 हो जाता हो।

अन्तर जोड़ने पर = 9

लाग का मेन्टीसा दिया जाता है $\overline{3768 = 5761}$

अतः लाग 3768 = 3.5761

और भी 0.003768 = $\bar{3}.5761$

लाग 0.3768 = $\bar{1}.5761$ इत्यादि

किसी संख्या का विपरीत लघुगुणक देखना या उस का एण्टीलाग देखना

अभ्यास 2 : लाग 2.4725 दिया है संख्या ज्ञात करो।

मेन्टीसा के विपरीत एण्टीलाग की सारणी से 472 हमारे पास 2967, अन्तर कॉलम 5 के नीचे और हॉरीजैन्टल रेखा में.47 हमारे पास 3 आता है इस प्रकार मेन्टीसा = 2965 + 3 = 2968, और संख्या 296.8 आ जाती है।

अगर दिया गया लघुगुणक $\bar{2}.4725$ तो .02968, इत्यादि संख्या चाहिए

अंक गणित आपरेशन जिसमें लघुगुणक आंकलन में है

$a \times b$ की गुणा जमा में बदल जाती है

लाग $(a \times b)$ = लाग a + लाग b

उदाहरण : लाग 49.1 = 1.6911

49 1 × 3 47 + लाग 3.47 = 0 5403

2.2314 —

→मेन्टीसा, 2314

.231 :— 1702

2

1704

$49.1 \times 3.47 = 170.38$

$49.1 \times 3.47 = 170.4$

$a \div b$ की भाग घटा में बदल जाती है

लाग $(a \div b)$ = लाग a — लाग b

उदाहरण : लाग 3.47 = 0.5403

3.47 ÷ 49.1 — लाग 49.1 = 1.6911

$\bar{2}.8492$ —

→मेन्टीसा .8492, एण्टी लाग सारणी में देखकर

.849 :— 7063

अन्तर के कालम मे 3 लेकर :— 3

7066

$3.47 \div 49.1 = 0.07066$

यहां पर $\bar{2}$ 8492 करैक्टरिस्टिक $\bar{2}$ है। इसलिए दशमलव बिन्दू बार के नीचे जो 7066 लिखा हुआ है, .07066 लिखा जायेगा

a^n किमी संख्या की शक्ति को बढ़ाने से संख्या जमा में बदल जायेगी

लाग a^n = n लाग a

उदाहरण लाग 16 = 1.2041

16^3 = 3. log 16 = 3.6123 —

→मेन्टीसा .6123 एन्टीलाग सारणी में

देखकर .612 :— 4093

अन्तर के कालम से 3 लेकर 3

4096

$16^3 = 4096$

यहां पर 3 6123 की करैक्टरिस्टिक 3 है, इसलिए दशमलव बिन्दु 4 स्थान के बाद लगेगा 4096

$n\sqrt{a}$ किसी संख्या के मूल को निकालने से भाग बदल जाती है।

लाए $n\sqrt{a} = \frac{1}{n}$ लाग a

उदाहरण : लाग 145 = 2.1614

$3\sqrt{145}$ $\frac{1}{3}$ लाग 145 = 0.72047

→मेन्टीसा 7205 लाग सारणी

में देखकर .720 :— 5248

अन्तर के कालम 5 से लेकर 6

5254

$3\sqrt{145} = 5.2534$

यहां करैक्टरिस्टिक दशमलव बिन्दु से आरम्भ होती है इस लिए दशमलव बिन्दु एक स्थान के बाद लगेगा।

उदाहरण

हल : मान ज्ञात करो—1. $\frac{2563 \times 1.861 \times 0.155}{18.75}$ लघुगुणक की सहायता से

संख्या	लाग
2563	3.4087
1.861	0.2697
0.155	$\bar{1}$.1903
जमा करने पर	2.8687
18.75	1.2750
घटाने पर	1.5957

—एंटीलाग— 3942

इसलिए परिणाम = 39.42

2. लघुगुणक की सहायता से मान ज्ञात करो : $\frac{1.625 \times 3.142}{1.713 \times 9.561 \times 4.722}$

ऊपरी पंक्ति

संख्या	लाग
1 625	0 2108
3.142	0 4972
जमा करने पर	0.7080
	1.8883
घटाने पर	$\bar{2}$ 8197

निचली पंक्ति

संख्या	लाग
1.713	0.2337
9 561	0.9805
4.722	0.6741
जमा करने पर	1 8883

—एंटीलाग—→6603

इसलिए परिणाम = 0.06603

3. लघुगुणक द्वारा ज्ञात करो (अ) $\sqrt{0.0643}$ (ब) $\sqrt{0.762}$

(अ) $\sqrt{0.0643} = (0.0643)^{\frac{1}{2}}$

संख्या	लाग
.0643	$\bar{2}$.8082

2 पर भाग किया गया $\bar{1}$.4041 (देखिए पेज 65, अंकगणित आपरेशन जिसमे कि लघुगुणक दिया हुआ है)

एंटीलाग का 40.41 = 2536

इसलिए परिणाम = .2536

(ब) $\sqrt{0.762} = (0.762)^{\frac{1}{2}}$

संख्या	लाग
0 762	$\bar{1}$ 8820

लिख सकते हैं : $\bar{2}+1.8820$ एंटीलाग का 9410=8730

2 पर भाग किया गया है $\bar{1}.9410$ इसलिए परिणाम =.8730

अभ्यास

1. निम्नलिखित का मान निकालो :

(अ) $\bar{2}.6153-\bar{2}\ 1437+3.8613$

उत्तर :4.3329

(ब) $4.5622-.2624+\bar{2}\ 9143$

उत्तर : 3,2141

(स) (लाग 752+लाग 16.37) --(लाग .375 +लाग 24 25)

उत्तर : 3.1415

(र) लाग 1000—(लाग 37.32+लाग 6.752)+लाग 0.0065

उत्तर : $\bar{2}.4116$

2. ज्ञात करो

$3\times\bar{1}.3010$

उत्तर $\bar{3}.9030$

(ब) $3(\bar{2}.4771+2.1152-\bar{1}.6521)$

उत्तर : 1.7769

(स) $\frac{1}{2}(2\ 5771-\bar{3}.1637)$

उत्तर : 2.7067

(र) $\frac{1}{2}(\bar{1}.6286-1.8123)$

उत्तर : $\bar{2}.9082$

3. लघुगुणक द्वारा मान निकालो :

(अ) $\frac{23\,.8\times3.029}{0.0129\times35.27}$

ग्रुप 5, जुलाई 68.

उत्तर : 1595.

(ब) $\frac{8.28\times34.68\times0.216}{87.39\times2.013}$

ग्रुप. 9, सितम्बर 68.

उत्तर : 0.3527

(स) $(3.567)^{\frac{1}{4}}\div(.029)^{\frac{1}{3}}$ उत्तर : 4.473.

(र) $(.659)^{\frac{2}{3}}+\frac{29}{64}$ उत्तर : 1.2104

(ल) $\sqrt{10.32-.785}$ उत्तर : 1.57.

अध्याय 9

ज्यामिती

मौलिक परिभाषाएं :

1. बिन्दु — जिस की कोई लम्बाई, चौड़ाई, ऊंचाई न हो ।

(ख) रेखा

दो बिन्दुओं को मिलाने वाली रेखा जिसकी लम्बाई हो । चौड़ाई नहीं ।

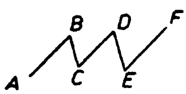
(ग) सीधी रेखा

एक ऐसी रेखा जो समान दिशा में लम्बाई की तरफ से बढ़ती है ।

(घ) वक्र रेखा

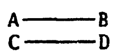
एक रेखा जो लगातार अपना दिशा बदलती रहे ।

(च) टूटी रेखा



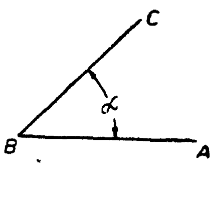
जब कई सीधी रेखाएं एक सीरीज में जुड़ी हो ।

(छ) समान्तर रेखा

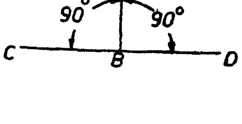


समान्तर रेखाएं वे रेखाएं होती हैं जोकि एक दूसरे से समान दूरी पर सीधी सामने की तरफ होती हैं। जैसा कि अ ब, स य के समान्तर है उसको ऐसे लिखेंगे अ ब ‖ स य

कोण :— जब दो सीधी रेखाएँ किसी दिशा में एक साथ झुकी हो ।



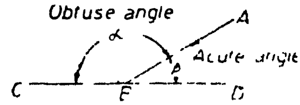
एक कोण की पहचान ऐसे की जाती है जैसे ∠अ ब स या ∠ब या α, किमी कोण की पहचान के लिये यह ∠चिह्न प्रयोग किया जाता है ।



2. कोण और रेखा की विशेषताएं

2.1 समकोण, अधिक कोण और न्यून कोण

समकोण तब होता है जब एक रेखा
दूसरी रेखा पर लम्ब हो
$\angle$स ब य $= 180^0$
$= \pi$ रेडीयन



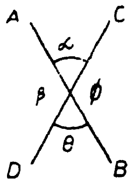
अधिक कोण 90^0 से बड़ा होता है। न्यून कोण 90^0 से छोटा होता है।

$\alpha + \beta \quad = 180^0 = \pi$ रेडीयन

$\therefore \ \alpha \quad 180^0 - \beta$

2. काटती हुई सीधी रेखाएं

अगर दो सीधी रेखाएं आपस में एक दूसरे को काटें तो चार कोण बनते है जिनका जोड़ $360°$ के बराबर होता है और विपरीत कोण बराबर होते है



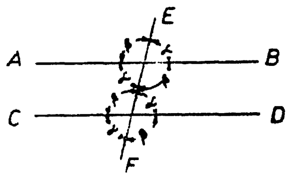
दो सीधी रेखा अ ब और स य एक दूसरे को काट रही है

$\alpha + \beta + 0 + \phi = 360°$

$= 2 \ \pi$ रेडीयन

और $\alpha = 0, \beta = \phi$

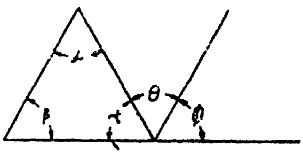
2.3 सीधी रेखाएं दो समान्तर रेखाओं को काटती हैं।



र ल दो समान्तर रेखाओं अ ब और स य को काटती हैं। कोणα एक दूसरे के बराबर है और इसी प्रकार कोण β भी बरावर है।

3. त्रिभुज की विशेषताएं :

3.1 त्रिभुजें :—तीन भुजाओं वाली आकृति को त्रिभुज कहते है और इसका चिह्न $\triangle$ है। त्रिभुज के तीनो कोणों का जोड़ $180°$ होता है।



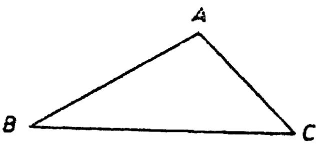
ऊपर दिये गये 2.3$\alpha = \ominus$

$\beta = \phi$

परन्तु $\gamma + \phi + \ominus = 180°$

$\therefore \quad \alpha + \beta + \gamma = 180°$

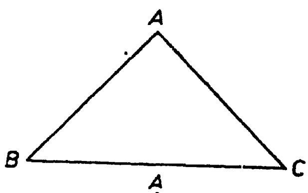
विषमबाहु त्रिभुज, समद्विबाहु त्रिभुज, समकोणीय त्रिभुज और समकोण त्रिभुज



विषमबाहु त्रिभुज :—जिस त्रिभुज की तीनों भुजाएं और तीनों कोण असमान हों।

अ ब $\neq$ ब स $\neq$ स अ

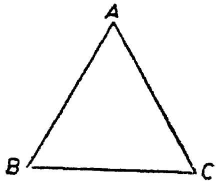
$\angle$अ $\neq$ $\angle$ब $\neq$ $\angle$स



समद्विबाहु त्रिभुज :—जिसकी दो भुजाएं और दो कोण बराबर होते हैं।

अ ब = अ स

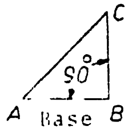
$\angle$ब = $\angle$स



समकोणीय त्रिभुज :—जिस त्रिभुज की तीनों भुजाएं और तीनों कोण बराबर होते हैं।

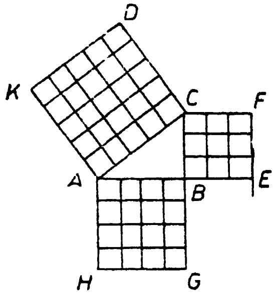
अ ब = ब स = स अ

$\angle$अ = $\angle$ब = $\angle$स



समकोण त्रिभुज

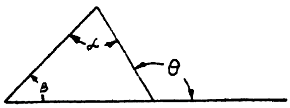
$\angle$ब $= 90°$



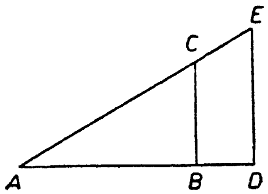
3.3 प्रमेय परिभाषा :—समत्रिभुज में, आधार पर बना वर्ग त्रिभुज की अन्य भुजाओं पर बने वर्गों के जोड़ के बराबर होता है ।

अ स^2 = अ ब^2 + ब स^2

यानि क्षेत्र अ स य श = क्षत्र अ ब न म + क्षेत्रफल ब स र ल



3.4 बाहरी कोण $\theta = (\alpha + \beta)$ दो भीतरी कोणों का जोड़



3.5 समान त्रिभुजों की विशेषताएं :

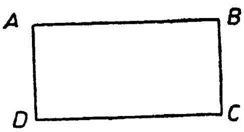
जब दो त्रिभुजें आधार मे एक जैसी हों लेकिन नाप अलग-2 हों तो वे समान होती है ।

△ अ ब स और △ अ स ल समान हैं ।

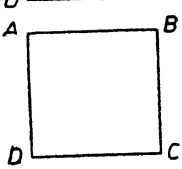
समान त्रिभुजों में $\frac{\text{अ ब}}{\text{ब स}} = \frac{\text{अ य}}{\text{य ल}}$

$$\frac{\text{अ ब}}{\text{अ स}} = \frac{\text{अ य}}{\text{अ ल}}$$

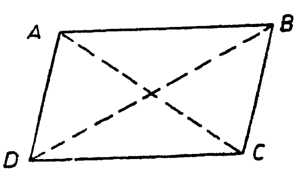
4. **आयत, वर्ग, समान्तर चर्तुभुज और रोम्बस की विशेषताएं :**



4.1 आयत चार भुजाओं वाली ऐसी आकृति है जिस के सभी कोण 90° के होते है ।

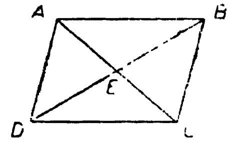


4 2 वह आयत जिस की सभी भुजाएं बराबर हों तो उस को वर्ग कहा जाता है ।



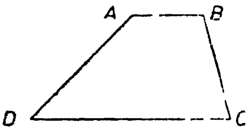
4.3 समान्तर चर्तुभुज चार भुजाओं वाली ऐसी आकृति है जिस की विपरीत भुजाएं समान्तर होती हैं अ ब स य एक समान्तर चर्तुभुज अ ब ‖ य स और अ य ‖ ब स रेखा अ स और य ब दो विकर्ण हैं ।

1.4



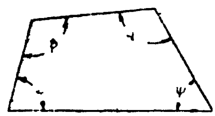
4.4 वह समान्तर चतुर्भुज जिस की चारों भुजाएं बराबर हों रोम्बस कहलाती है। रोम्बस में य ल — $\frac{1}{2}$ य ब

4.5



4.5 समलम्ब चतुर्भुज चार भुजाओं वाली एक ऐसी आकृति है जिसमें दो विपरीत भुजाएं समान्तर होती हैं अ ब स य एक समलम्ब चतुर्भुज है अ ब ‖ य स होता है।

4.6

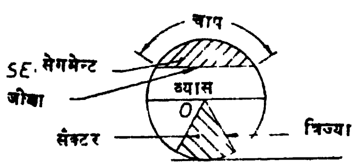


4.6 किसी भी आकृति में चार भुजाओं के बाहरी कोणों का जोड़ 360° होता है

$$\alpha+\beta+\lambda+\psi=360$$

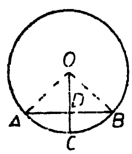
5. वृत की विशेषताएं

5.1 वृत बिन्दुओं का एक वह समूह है जो कि एक स्थिर बिन्दु जिसे केन्द्र कहते हैं से समान दूरी पर स्थित होती है।

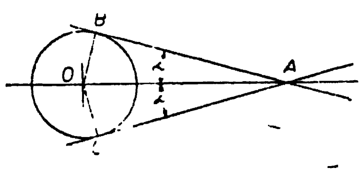


वृत के महत्वपूर्ण भाग साथ वाली आकृति में बताये गये हैं।

5 2



5.2 जब एक त्रिज्या किसी जीवा को समकोण पर काटती है यह जीवा को समद्विभाजित करती है और जीवा कोण दो भागों में परिवर्तित हो जाती है त्रिज्या प स जीवा अ ब समकोण य पर समद्विभाजित करती है।



5.3 (क) वृत का टेनजेन्ट त्रिज्या पर लम्ब है। अ ब टेनजेन्ट वृत को ब पर छूता है और प ब एक त्रिज्या है।

$\angle$ प ब अ = 90°

(ख) वृत में दो टेनजेन्ट एक ही बिन्दु से खींचना।

(i) समान है अ ब = अ स

(ii) रेखा अ प से समान कोण बनाओ, कोण α बराबर है और

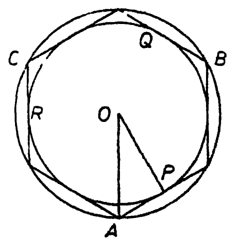
(iii) $\triangle$ प ब अ और $\triangle$ प स अ सभी दशाओं में आपस में मिलती है।

6. समबाहु बाहुभुज :—

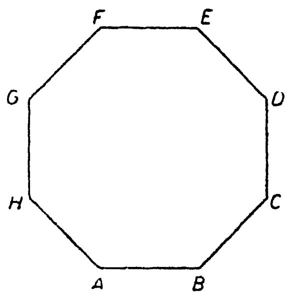
बहुभुज एक ऐसी आकृति है जो कि 4 या ज्यादा सरल रेखाओं से घिरी हो। यदि इसकी सभी भुजाएं तथा कोण बराबर हों तो इसे रेगुलर कहते हैं।

चार	भुजाओं	वाली	बहुभुज	को	चतुर्भुज	कहते	हैं।
पांच	भुजाओं	वाली	बहुभुज	को	पंचभुज	कहते	हैं।
छः	,,	,,	,,	,,	षटभुज	,,	,,
सात	,,	,,	,,	,,	सप्तभुज	,,	,,
आठ	,,	,,	,,	,,	अष्टभुज	,,	,,
नौ	,,	,,	,,	,,	नौ भुज	,,	,,
दस	,,	,,	,,	,,	दसभुज	,,	,,
ग्यारह	,,	,,	,,	,,	ग्यारहभुज	,,	,,
बारह	,,	,,	,,	,,	बारहभुज	,,	,,

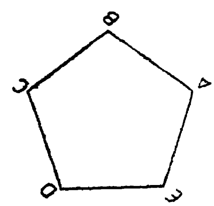
यह साफ है कि समबाहु बहुभुज का मध्य बिन्दु दोनों वृतों का भी मध्य बिन्दु होगा जो कि बहुभुज के बाहर तथा अन्दर लगाए जाते हैं।



यह भी साफ है कि समबाहु बहुभुज के मध्य बिन्दु से भुजा तक गिराया गया लम्ब, अदर लगाए गए वृत की त्रिज्या है तथा बहुभुज के मध्य बिन्दु तथा कोने वाले बिन्दु को मिलाने वाली सरल रेखा, बाहर लगाए गए वृत की त्रिज्या है। क ल, वृत य र ल की त्रिज्या है तथा क अ, वृत अ ब स की त्रिज्या है।



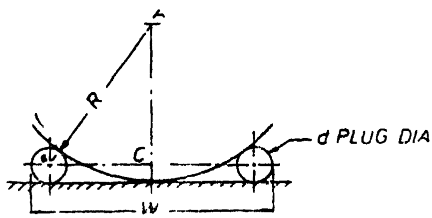
अष्ट भुज



पंच भुज

उदाहरण

1. माप य के लिए, र तथा व के रूप मे समीकरण बनाओ (चित्र देखिए)। य का मान ज्ञात कीजिए जबकि र = 6.25 सैं० मी० तथा व = 1.00 सैं० मी०



चित्र में, $\angle$स = 90°

$$\text{अ ब} = \text{र} + \frac{\text{व}}{2}$$

$$\text{ब स} = \frac{\text{य}}{2} - \frac{\text{व}}{2}$$

$$\text{स अ} = \text{र} - \frac{\text{व}}{2}$$

द्वारा 3.3, ब स^2 + स अ^2 = अ ब^2

$$\left(\frac{\text{य} - \text{व}}{2}\right)^2 + \left(\text{र} - \frac{\text{व}}{2}\right)^2 = \left(\text{र} + \frac{\text{व}}{2}\right)^2$$

$\frac{1}{4}$(य — व)^2 + $\frac{1}{4}$(2र—व)^2 = $\frac{1}{4}$(2र—व)^2

य^2 – 2य व + व^2 + 4र^2 —4र व + व^2 = 4र^2 + 4र व + व^2

(य - व)^2 = 8 र व

य -- व = $\sqrt{8र व}$

= 2.828$\sqrt{र व}$

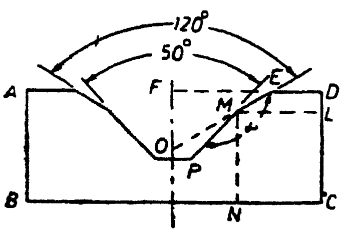
∴ य = 2.828$\sqrt{र व}$ —व समीकरण है

र = 6.25 सैं० मी० तथा व = 1 सैं० मी० की कीमत ऊपर लिखे समीकरण में रखने से

य = 2.82 × $\sqrt{6.25 \times 1}$—1

= 8.070 सैं० मी० उत्तर

चित्र में दिखाये गये कम्पाऊंड वी ब्लाक में कोण α ज्ञात कीजिये



निम्नलिखित बनाइए :—

र य लम्ब खींचो ब स पर

ल र लम्ब खींचो य र पर

प र को क तक बढ़ाओ

∴ ∠व र य = $\frac{1}{2}$(50°) = 25°

∠य र ल = 90°, त्रिभुज क फ प को

∠फ क प = 60°, ∠प फ क = 90°

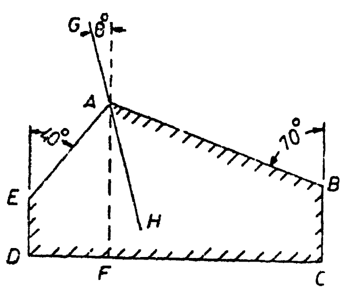
∴ ∠फ प क = 30° ∴ प र ल = 30°

अब ∠α = ∠प र ल + ∠ल र य + ∠व र य

= 30° + 90° + 25°

= 145° उत्तर

3. अ ब स द ज एक ब्लॉक है जैसा कि चित्र में दिखाया गया है। मध्य रेखा य र पर एक छिद्र करना है ताकि य र, कोण ज अ ब को बराबर हिस्से में बांटता है। कोण ⊖ ज्ञात कीजिए।



द्वारा 2.3 पेज 73 से

∠फ अ ब = 70°

∠ज अ फ = 40°

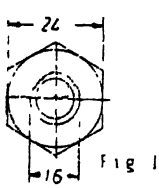
∴ ∠ज अ ब = 110°

∠र अ ब = 55° (य र, ∠ज अ ब को बराबर हिस्सों में काटता है)

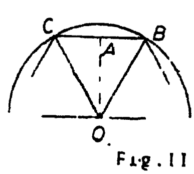
⊖ = ∠फ अ ब—∠र अ ब

= 70°—55° = 15° उत्तर

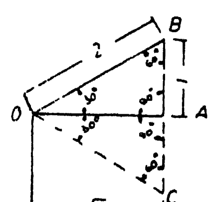
4. एक षट्भुज पेच, मीट्रिक 16, के दो भुजाओं में अधिकतम दूरी 24 मि०मी० है। इस प्रकार का एक पेच बनाने के लिए किस व्यास की गोल छड़ चाहिए। (चित्र देखें)



चित्र 1



चित्र 2



चित्र 3

हमें उस वृत का माप चाहिए जो कि षट्भुज के सभी कोनों को छूए जिसकी आमने सामने की भुजा 24 मि०मी० दूरी पर हों।

2 चित्र में दिखाई गई त्रिभुज, गोल छड़ के मध्य बिन्दु को पेंच के कोनों से मिलाने से बनी हुई त्रिभुजों में से एक है। क छड़ का मध्य बिन्दु है तथा कब = छड़ की त्रिज्या
(द्वारा 6, पेज 76)
क स ब एक समबाहु त्रिभुज है तथा क अ उसे दो बराबर 90°—60°—30° त्रिभुजों मे बांटता है।
क अ = $\frac{1}{2}$ आमने सामने की भुजा में दूरी = $\frac{24}{2}$ = 12 मि०मी०

ऊपर दिये गए चित्र 3 से, 90^0—60^0—30^0 त्रिभुज

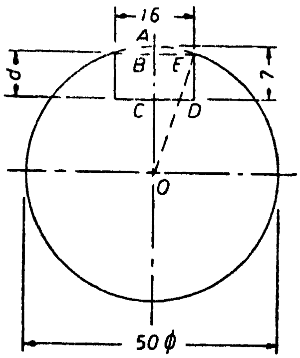
$$\frac{कब}{कअ} = \frac{2}{\sqrt{3}} \text{ और } क\,ब = अ\,ब\,\frac{2}{\sqrt{3}}\,क\,अ$$

क अ = 12 मि०मी० का मान रखने पर, हमे प्राप्त होता है।

$$क\,ब\,\frac{12 \times 2}{\sqrt{3}} = \frac{24}{1.732} = 13.85$$

छड़ का व्यास इससे दुगना होगा
= 2 × 13.85 = 27.7 मि०मी०

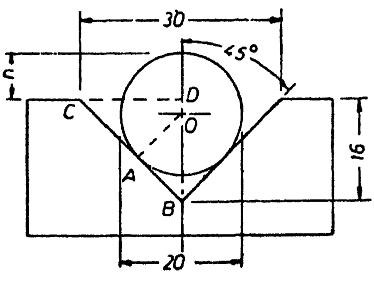
5 एक शाफ्ट में की—वे काटना है जैसा कि चित्र में दिखाया गया है। की—वे की गहराई व मालूम कीजिए।



चित्र में

क ख = क अ = 25
अ स = 7
क स = क अ—अ स = 25—7 = 18
ब ख = $\frac{16}{2}$ = 8 (द्वारा 5.2, पेज 75)
क $ब^2$ = क $ख^2$—ब $ख^2$
= 25^2—8^2
= 561
∴ क ब = $\sqrt{561}$ = 23.68
व = ब स = क ब—क स
= 23.68—18
5.68 मि० मी० उत्तर

6 एक वी—ग्रूव (झिरी) जिसका कुल कोण 90° है तथा ऊपर से 30 मि० मी० चौड़ा है। यदि 20 मि० मी० व्यास वाला प्लंग ग्रूव में रखा जाए तो दूरी 3 ज्ञात कीजिए। (चित्र देखिए)



द्वारा 5.3, पेज 72 हम जानते हैं

(1) प्लग का मध्य बिन्दु वी के कोण की समद्विभाजक रेखा पर रहता है यानि कि ∠क ब अ = 45°
(क, प्लग का मध्य बिन्दु है तथा अ बिन्दु वी से साथ मिलने वाला बिन्दु है।)

(2) ∠क अ ब = 90°

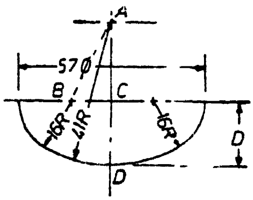
यदि हम स द खींचते हैं तब स द = $\frac{1}{2}$ (30 मि० मी०)

स द = द ब तथा द ब = 15 मि० मी० 45^0 समद्वीबाहु
त्रिभुज क अ ब में :—
क अ = अ ब = $\frac{1}{2}$ प्लग व्यास = 10 मि० मी०
क $ब^2$ = क $अ^2$ + अ $ब^2$ = $10^2 + 10^2 = 200$
क ब = $\sqrt{200}$ = 14.14 मि० मी० उत्तर

यदि क ब = 14.14 तब प्लग का मध्य बिन्दु क, वी ब्लाक के ऊपरी हिस्से से 15 मि०मी० — 14.14 मि०मी० = 0.86 मि० मी० नीचे होगा।

∴ 3 = प्लग की त्रिज्या — 0.86
= 10 — 0.86 = 9.14 मि०मी० उत्तर

7. चित्र में फोर्मिग पंच को आकृति दिखाई गई हैं। गहराई व ज्ञात करो।

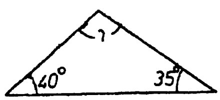


समकोण त्रिभुज अ ब स में
ब स = (28.5 — 16) = 12.5 मि० मी०
अ ब = (41 — 16) = 25 मि० मी०
∴ अ स = $\sqrt{25^2 - 12.5^2}$
= $\sqrt{625 - 156.25}$
= $\sqrt{468\ 75}$
= 21.65 मि० मी०

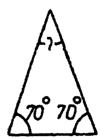
∴ स द = अ द — अ स = 41 — 21.65
= 19.35 मि० मी० उत्तर

अभ्यास

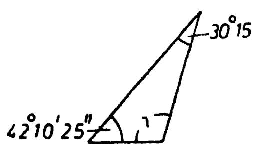
1. निम्न त्रिभुजों में तीसरे कोण का मान ज्ञात करो



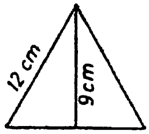
Ans. 105^0



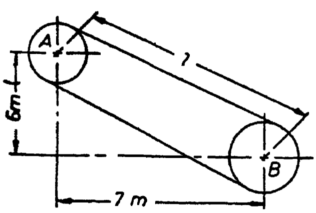
Ans. 40^0



उत्तर 105° उत्तर 40° उत्तर 107^0—34'—35"

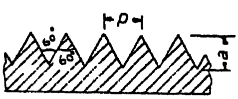
2. 

चित्र में दिखाई गई समद्वीबाहु त्रिभुज के आधार की लम्बाई ज्ञात कीजिए। उत्तर : 15.872 सें० मी०

3. 

चित्र में दिखाई गई पुलियों अ तथा ब में दूरी ज्ञात कीजिये।

उत्तर : 9.229 मीटर

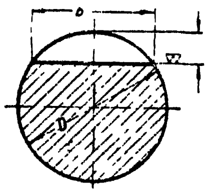
4. 

चित्र में तीखी V चूड़ियों का हिस्सा दिखाया गया है जो कि समबाहु त्रिभुज है। यदि चूड़ी की गहराई अ बराबर 15 मि० मी० हो तो पिच प ज्ञात कीजिए। प = $\frac{2}{3}$ अ $\sqrt{3}$

उत्तर : $10\sqrt{3}$

5. सीढ़ी का एक कोना भूमि पर दीवार से 10 मीटर दूर है तथा दूसरा कोना भूमि से दीवार पर 15 मीटर ऊंचा है (एक ही प्लेन में) सीढ़ी की लम्बाई ज्ञात कीजिए। (ग्रुप 1, 1 वर्ष जुलाई, 1971)

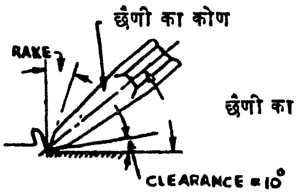
उत्तर : 18.01 मीटर



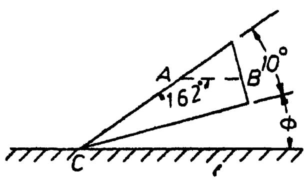
6. मिलिंग की गहराई 'ग' ज्ञात कीजिए जबकि

	व	ब
1	80	40
2	60	28

उत्तर :- −5.35; 5.03

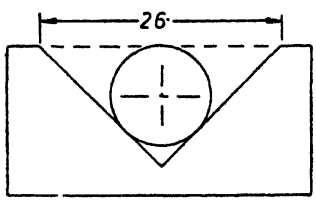


7. एक समतल छेणी से धातु को काटने के लिए छेणी काम पर 40^0 झुकी हुई है। यदि कटिंग रेक, कलीयरेंस से दुगना हो तो छेणी का कोण ज्ञात कीजिए। उत्तर : 60^0



8. एक टुकड़ा जिसका कोण 10^0 है, को मशीन के मेज के साथ बांधना है तथा अ ब की तरफ से काटना है ताकि कोण स अ ब 162^0 का हो जाए (चित्र देखें) कोण ⊖ ज्ञात कीजिए जो कि टुकड़े की भुजा को बांधने के लिए जरूरी हैं। उत्तर : $\phi = 8^0$

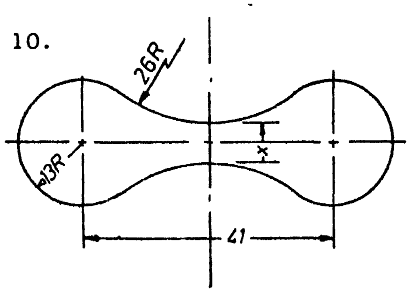
9.



9, एक 90^0 वी ब्लाक, वी के ऊपरी हिस्से से 26 मि० मी० चौड़ा है। प्लग का व्यास ज्ञात कीजिए जो कि जब वी में डाला जाए तो उसका ऊपर का धरातल वी ब्लाक के ऊपरी हिस्सा एक सीध मे हो।

उत्तर : 10.77 मि०मी० व्यास

10.



10. चित्र में दिखाये गए टैम्पलेट में चौड़ाई च ज्ञात कीजिए।

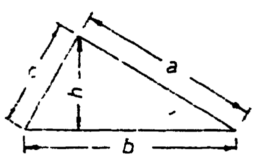
उत्तर : 14.34 मि०मी०

अध्याय 10

मैनसुरेशन

1. समतल आकृतियां :

1.1 त्रिभुज :



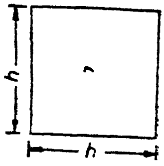
(i) क्षेत्रफल $= \frac{1}{2}$ आधार $\times$ ऊंचाई

$= \frac{1}{2} \times$ ब $\times$ उ $= \frac{\text{ब उ}}{2}$

(ii) यदि क $= \frac{1}{2}$(अ + ब + स), तब

क्षेत्रफल $= \sqrt{\text{क(क — अ) (क — ब) (क — स)}}$

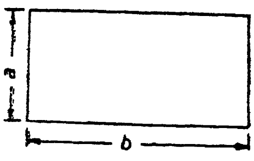
1.2 वर्ग :



क्षेत्रफल = भुजा $\times$ भुजा

= क $\times$ क = क^2

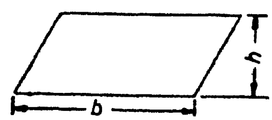
1.3 आयत :



क्षेत्रफल = लम्बाई $\times$ चौड़ाई

= अ ब

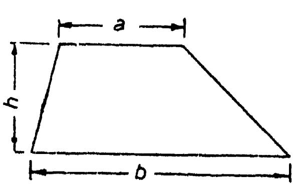
1.4 समानान्तर चतुर्भुज :



क्षेत्रफल = आधार $\times$ ऊंचाई

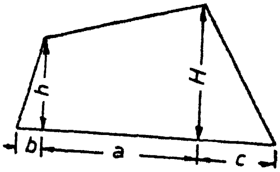
= अ $\times$ उ

1.5 विषमकोण चतुर्भुज



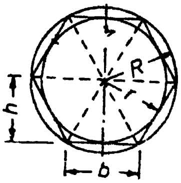
क्षेत्रफल $= \frac{1}{2} \times$ समानान्तर भुजाओं का जोड़ $\times$ उन के बीच की दूरी $= \frac{1}{2}$ (अ + ब) $\times$ उ

1.6 (ट्रैपीजोइड)



$$A = \frac{(H+h)a + bh + cH}{2}$$

1.7 समबाहु भुज



$$\text{क्षेत्रफल} = \frac{\text{भुजाओं की संख्या}}{2} \times \text{भुजा} \times$$

अंत: वृत की त्रिज्या

$$= \frac{\text{न}}{2} \times \text{अ} \times \text{र}$$

समषटभुज के लिए

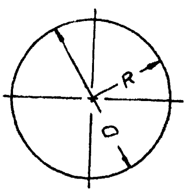
$\text{य} = \text{अ}$

$\text{र} — 0.866 \text{ य}$

$\text{क्षेत्रफल} — 2.598 \text{ य}^2 — 2.598 \text{ अ}^2$

$= 3.464 \text{ र}^2$

1.8 वृत



$$\text{क्षेत्रफल} = \frac{\pi}{4} (\text{व्यास})^2$$

$$= \frac{\pi}{4} \text{व}^2 = 0.785 \text{ व}^2$$

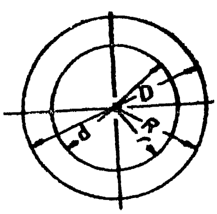
$$= \pi \text{ र}^2 \; [\therefore \; \text{व} = 2\text{र}]$$

$\text{परिधी} = \pi \times \text{व्यास}$

$= \pi \text{ व}$

$2 \pi \text{ र}$

1.9 वृताकार छल्ला



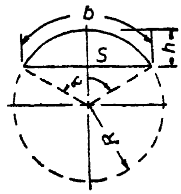
क्षेत्रफल = बड़े वृत का क्षेत्रफल— छोटे वृत का क्षेत्रफल

$$= \frac{\pi}{3} \text{आ}^2 — \frac{\pi}{4} \text{अ}^2$$

$$= \frac{\pi}{4} (\text{आ}^2 - \text{अ}^2)$$

$$= \pi (\text{आ}^2 - \text{उ}^2)$$

1.10 वृत का द्वित्रिज्या सैक्टर



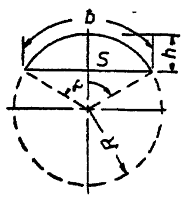
$$\text{क्षेत्रफल} = \frac{\text{सैक्टर का कोण}}{360} \times \pi \; (\text{त्रिज्या})^2$$

$$= \frac{\alpha}{360} \times \pi \text{र}^2$$

$\text{क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} \text{ सैक्टर की लम्बाई} \times \text{त्रिज्या}$

$= \frac{1}{2} \text{ य र}$

1.11 वृत्तखण्ड



क्षेत्रफल = सैक्टर का क्षेत्रफल – त्रिभुज का क्षेत्रफल

$$= \frac{\pi \text{र}^2 \alpha}{360} — \frac{\text{स} \; (\text{र} — \text{उ})}{2}$$

$$\text{जबकि स} = 2\text{र} \sin \frac{\alpha}{2}$$

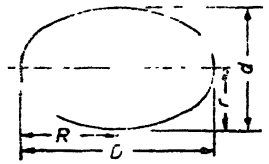
$$= 2\text{उ} \; (2\text{र} — \text{उ})$$

$$\text{उ} = \frac{\text{स}}{2} \tan \frac{\alpha}{4}$$

(ii) लगभग शुद्ध फार्मूला

$\text{क्षेत्रफल} = \frac{2}{3} \text{ स उ}$

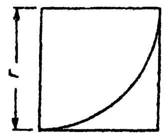
1.12 अण्डाकृति (इलिप्स)



क्षेत्रफल $= \frac{\pi}{4} \times$ बड़ा अक्ष $\times$ छोटा अक्ष

$= \frac{\pi}{4}$ आ अ

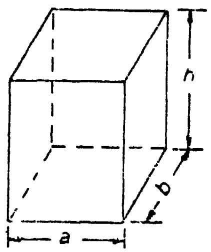
1.13 फिलेट

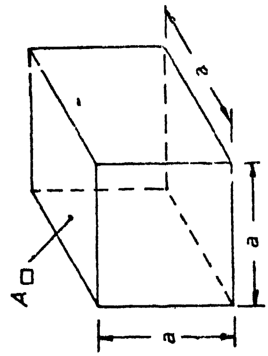


क्षेत्रफल $=$ र^2 $- \frac{\pi र^2}{4}$

ठोस आकृतियां :

2.1 प्रिज्म





आयतन = आधार का क्षेत्रफल × ऊंचाई

(i) = अ ब स (यदि आधार आयतन हैं।)

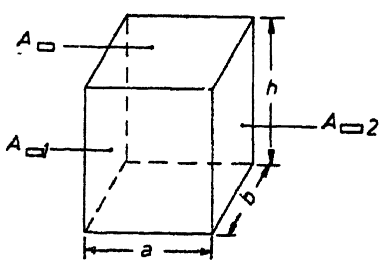
(ii) = अ^{2}स (यदि आधार वर्ग है।)

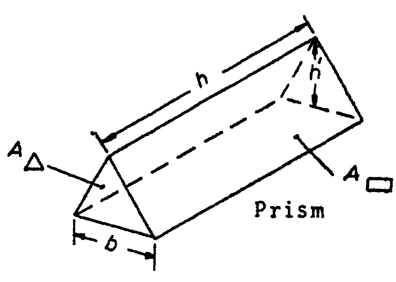
(iii) = अ^3 (यदि प्रिज्म घन हो घन में लम्बाई, चौड़ाई तथा ऊंचाई सभी बराबर होते हैं।)

(iv) $= \frac{ब\ उ}{2} \times$ स (यदि आधार त्रिभुज है)

(v) = बहुभुज का क्षेत्रफल × ऊंचाई (यदि आधार बहुभुज है)

* जब हम कहते हैं कि एक प्रिज्म है, उसका आधार नहीं बताते, तो आधार को त्रिभुज मानना चाहिए।





सरफेस क्षेत्रफल

क्षे॰ कु॰ = कुल सरफेस क्षेत्रफल

क्षे॰ कु॰ = 2क्षे॰ □ + 4 क्षे॰ ▭ (वर्गाकार आधार के लिए)

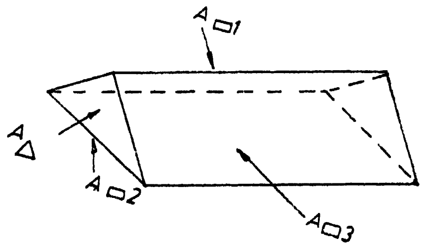
= 2क्षे॰ ▭ + 2 क्षे॰ ▭ 1 + 2क्षे॰ ▭2 (आयताकार आधार के लिए)

प्रिज्म के लिए

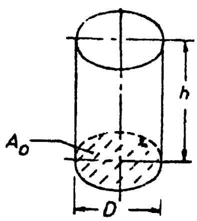
क्षे॰ कु॰ ॥ कुल सरफेस क्षेत्रफल

= 2 क्षे॰ △ + 3 क्षे॰ ▭ (समबाहु त्रिभुज आधार के लिए)

2 क्षे॰ △ + क्षे॰ ▭1 + ▭ 2 + क्षे॰▭3 (विषमभुज त्रिभुज आधार के लिए)



विषमभुज त्रिभुज आधार वाला प्रिज्म



क्षे॰ 0—

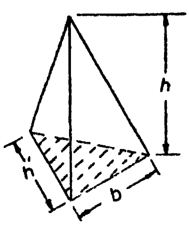
आयतन = क्षेत्रफल × ऊंचाई

= क्षे॰ × स

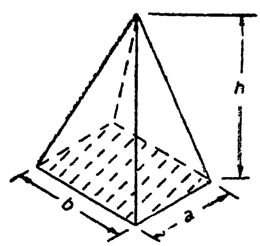
$= \frac{\pi}{4}$ व^2 × स

सरफेस क्षेत्रफल = π व स

2.3 पिरामिड



त्रिभुजाकार आधार



आयताकार आधार

आयतन = $\frac{1}{3}$ (आधार का क्षेत्रफल) × ऊंचाई

$= \frac{\text{अ}^2\ \text{स}}{3}$ (यदि आधार वर्गाकार है)

$= \frac{\text{अ ब स}}{3}$ (यदि आधार आयताकार है)

$= \frac{\text{अ ब}}{2} \times \frac{\text{स}}{3} = \frac{\text{अ ब स}}{6}$ (यदि आधार त्रिभुजाकार है)

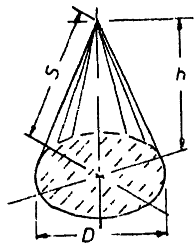
सरफेस क्षेत्रफल

क्षे० कु० = क्षे० □ + 4 क्षे० △ (वर्गाकार आधार के लिए)

= क्षे०▭ + 2 क्षे० $\triangle_1$ + 2 क्षे० $\triangle_2$ (त्रिभुजाकार आधार के लिए)

= △ + 3 क्षे० $\triangle_1$ (समबाहु त्रिभुजाकार आधार के लिए)

2.4 शंकु :—



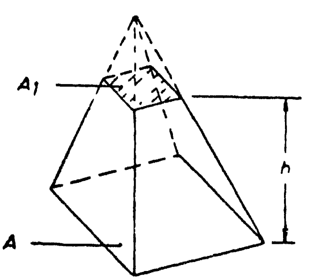
$$\text{आयतन} = \frac{\text{क्षे० 0.स}}{3} = \frac{\pi}{4}\text{व}^2.\frac{\text{स}}{3} = \frac{\pi\text{व}^2\text{स}}{12}$$

सरफेस क्षेत्रफल

$$\text{क्षे}_{\text{कु०}} = \frac{\pi}{4}\text{व (व} + 2\text{र)}$$

$$\text{त्रियंक पृष्ठ} = \frac{\pi \text{ व र}}{2}$$

2.5 पिरामिड का छित्रक (फ्रस्टम) :—



$$\text{आयतन} = \frac{\text{स}}{3}(\text{क्षे० 2} + \sqrt{\text{क्षे}_{\text{०}1}\text{क्षे}_{\text{०}2}} + \text{क्षे}_{\text{०}1})$$

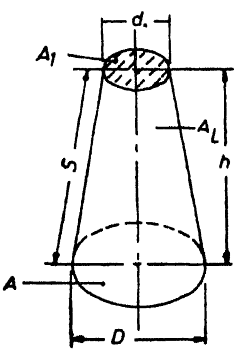
$\text{क्षे}_{\text{०}2}$ = क्षेत्रफल आधार का

$\text{क्षे}_{\text{०}1}$ = ऊपर के हिस्से का क्षेत्रफल

सरफेस क्षेत्रफल

$\text{क्षे}_{\text{कु०}}$ =

2.6 शंकु का छित्रक फ्रस्टम) :—



$$\text{आयतन} = \frac{\pi\text{स}}{12}(\text{आ}^2 + \text{आ अ} + \text{अ}^2)$$

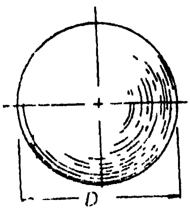
त्रियंक क्षेत्रफल =

$$\text{क्षे०त्रि.} = \pi\ \frac{\text{आ} + \text{अ}}{2}$$

$$\text{जबकि र} = \sqrt{\text{स}^2 + \left(\frac{\text{आ}}{2} - \frac{\text{अ}}{2}\right)^2}$$

सरफेस क्षेत्रफल = $\text{क्षे}_{\text{०}1} + \text{क्षे}_{\text{०}2} + \text{क्षे०त्रि०}$

2.7 गोला



आयतन $= \frac{\pi\,\text{व}^3}{6} = \frac{4\pi\,\text{र}^3}{3}$

सरफेस का क्षेत्रफल

क्षे॰कु॰ $= \pi\,\text{व}^2$

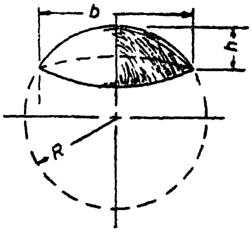
यदि गोला खाली हो

आयतन $= \frac{4\pi}{3}(\text{रा}^3 - \text{र}^3)$

रा = बाहरी सरफेस की त्रिज्या

र = अन्दरूनी सरफेस की त्रिज्या

2.8 गोलाकार खण्ड



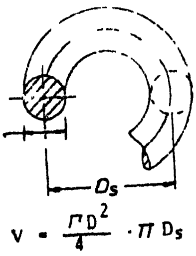
आयतन $= \pi\,\text{ऊ}^2\left(\text{र} - \frac{\text{ऊ}}{3}\right)$

या $= \pi\,\text{ऊ}\left(\frac{\text{ब}^2}{8} + \frac{\text{ऊ}^2}{6}\right)$

सरफेस क्षेत्रफल

क्षे॰कु॰ $= 2\,\pi\text{र}\,\text{ऊ}$

2.9 टोरस



आयतन $= \frac{\pi\,\text{व}^2}{4} \cdot \pi\,\text{वा}$

सरफेस क्षेत्रफल

क्षे॰कु॰ $= \pi\text{व} \cdot \pi\text{वा}$

3 पदार्थ का भार :

जब हमें किसी ठोस का आयतन पता हो तो हमे इसका भार निकालने के लिए इसके आयतन को पदार्थ के एकांक आयतन के भार से गुणा किया जाता है अथवा घनत्व से

ठोस का भार = आयतन × एकांक आयतन का भार

मीट्रिक प्रणाली में प्राय: एकांक आयतन के भार को भार/सैं॰मी॰^{3} से लिखा जाता है। भिन्न-भिन्न पदार्थों का भार/सैं॰मी॰^{3} परिशिष्ट पेज पर दिया हुआ है।

4 अंगभूत कम्पोनेन्ट का पदार्थ मूल्य

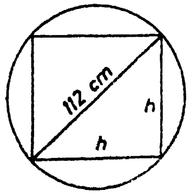
अंगभूत का पदार्थ मूल्य हम इसके भार को पदार्थ के एकांक भार मूल्य से गुणा करके प्राप्त किया जा सकता है।

मूल्य = कुल भार × पदार्थ के एकांक भार का मूल्य

पदार्थों का मूल्य यहां पर नहीं दिया जा सकता क्योंकि ये बाजारी हालत के अनुसार बदलते रहते हैं।

दाहरण —1 एक गोल टुकड़े, जिसका व्यास 112 सैं०मी० है, से बड़े से बड़ा सम्भावित वर्ग काटा गया है। बेकार क्षेत्रफल ालूम कीजिए।

(ग्रुप 5, सितम्बर 1969)



मानाक सैं० मी० = वर्ग की भुजा

तब $क^2 + क^2 = (112)^2$

$2क^2 = (112)^2$

$क^2 = \frac{112 \times 112}{2} = 6272$ वर्ग सैं०मी०

परन्तु वर्ग का क्षेत्रफल = भुजा × भुजा = $क^2$

= क × क

∴ बड़े से बड़ा सम्भावित वर्ग = 6272 वर्ग सैं० मी०

वृत का क्षेत्रफल $= \frac{\pi}{4} व^2 = \frac{22}{7 \times 4} (112)^2$

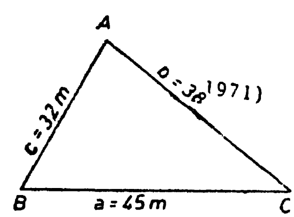
= 9856 वर्ग सैं० मी०

बेकार क्षेत्रफल = वृत का क्षेत्रफल − वर्ग का क्षेत्रफल

= 9856 − 6272 = 3584 वर्ग सैं० मी० उत्तर

दाहरण—2 त्रिभुज का क्षेत्रफल मालूम कीजिए जिसकी भुजाएं 32 मी०, 38 मी० हैं तथा 45 मी० हैं।

(ग्रुप 4,2 वर्ष प्रारम्भिक 1972)



क्षेत्रफल $= \sqrt{क\ (क—अ)\ (क—ब)\ (क—स)}$

यहां $क = \frac{1}{2}(45 + 38 + 32) = 57.5$ मी०

और क अ = 57.5 − 45 = 12.5 मी०

क − ब = 57.5 — 38 = 19 5 मी०

क − स = 57.5 — 32 = 25.5 मी०

∴ क्षेत्रफल $= \sqrt{57.5 \times 12.5 \times 19.5 \times 25.5}$

= 598 $मी०^2$ उत्तर

दाहरण - 3 रेलगाड़ी के पहियों का व्यास 150 सैं० मी० है। एक मिनट में वे कितने चक्कर लगाएंगे जब कि इंजन की ति 75 कि मी० प्रति घण्टा हो।

(ग्रुप 3 मार्च, 1971)

परिधि = π व्यास

$= \frac{22}{7} \times 150$

गति = 75 कि०मी०/घण्टा $= \frac{75 \times 1000 \times 100}{60}$ सैं०मी०/मिनट

चक्कर प्रति मिनट $= \frac{75 \times 1000 \times 100}{60} \div \frac{22 \times 150}{7}$

= 265 चक्कर प्रति मिनट उत्तर

दाहरण 4 – एक एसीटीलीन सिलिण्डर का व्यास 30 सैं०मी० तथा लम्बाई 100 सैं०मी० है। इसमें गैस दबाव से भरा गई , ताकि इसके प्रत्येक घन सैं०मी० में गैस के 105 घन सैं०मी० आ जाएं। इसमें कितने घन सैं०मी० एसीटीलीन है।

(ग्रुप 1, 1 वर्ष जुलाई 1971)

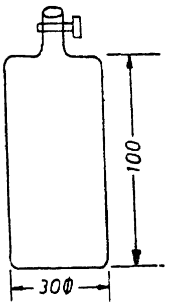
आयतन = आधार का क्षेत्रफल × ऊंचाई

$= \frac{\pi}{4}$ (व्यास)^2 × ऊंचाई

$= \frac{\pi}{4}(30)^2 \times 100$

$= \frac{22 \times 900 \times 100}{7 \times 4}$

= 70714.28 घन सैं०मी०



∴ गैस की मात्रा

= 70714.28 × 105 = 7424999.4 घन सैं०मी०   उत्तर

उदाहरण 5—एक माइल्ड स्टील की गोल छड, जिसका व्यास 200 मि०मी० तथा लम्बाई 300 मि० मी० है, को फोर्ज करके आयताकार सैक्शन 50 मि०मी० × 30 मि०मी० बनाया गया। माना कि धातु का कोई नुकसान नही है। फोर्जड आयताकार छड़ की लम्बाई ज्ञात करो।

(ग्रुप 4, 2 वर्ष जुलाई, 1971)

गोल माइल्ड स्टील छड़ का आयतन = आयताकार छड़ का आयतन

$\frac{\pi}{4}$ (व्यास)^2 × लम्बाई   = लम्बाई × चौड़ाई × लम्बाई

$\frac{22}{7 \times 4} \times (200)^2 \times 300 = 50 \times 30 \times$ लम्बाई

लम्बाई $= \frac{22 \times 200 \times 200 \times 300}{7 \times 4 \times 50 \times 30}$

$\frac{44000}{7} = 6285.71$ मि०मी०   उत्तर

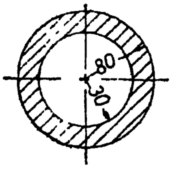
उदाहरण 6. एक गोले का भार ज्ञात कीजिए, जिसका व्यास 80 मि०मी० तथा मोटाई 10 मि०मी० है, यदि स्टील का भार 7 ग्राम प्रति घन सैं०मी० हो।

(ग्रुप 3,2 वर्ष जुलाई, 1971)

खाली गोले का आयतन = $\frac{4\pi}{3}$ (रा^{3}—र^3) [2.7, पेज 87]

यहां रा—बाहरी त्रिज्या = 4 सैं०मी०

र—अन्दरूनी त्रिज्या = 3 सैं०मी०



∴ आयतन = $\frac{4}{3} \times 3.14\ (4^3 - 3^3)$

$= \frac{4 \times 3.14 \times 37}{3} = 154.9$

∴ गोले का भार = 154.9 × 7 [3, पेज 87]

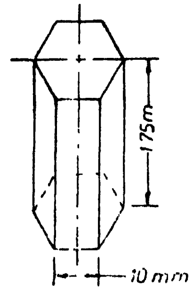
= 1084.3 ग्राम = 1.084 किलोग्राम उत्तर

उदाहरण 7. एक षट भुजाकार मृदु इस्पात छड़ का भार ज्ञात करो, जबकि षटभुज की भुजा 10 मि०मी० तथा छड़ की लम्बाई 1.75 मी० है।

(मृदु इस्पात का भार = 7.75 ग्राम प्रति घन सैं०मी०)

(ग्रुप 5, 2 वर्ष, जुलाई, 1972)

भुजा की लम्बाई = 10 मि०मी० = 1 सैं०मी०



∴ षटभुज का क्षेत्रफल =

$= 2.598 \times 1^2$ [1.7, पेज 82]

$= 2.598$ सैं०मी.^{2}

छड़ का आयतन $= 2.598 \times 175$

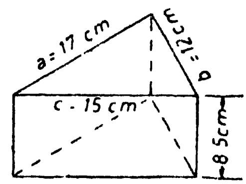
$= 454.6$ घन सैं०मी०

∴ छड़ का भार $= 454.6 \times 7.75$

$= 3524$ ग्राम

$= 3.524$ किलोग्राम उत्तर

उदाहरण—8 : एक प्रिज्म जिसका आधार त्रिभुजाकार है जिसकी भुजाएं 12,15 तथा 17 सं० मी० है और ऊंचाई 8.5 सं मी. है। प्रिज्म का कुल सरफेस क्षेत्रफल तथा आयतन ज्ञात कीजिए।



प्रिज्म का कुल क्षेत्रफल

= दो त्रिभुजों का क्षेत्रफल + तीन आयताकार टुकड़ों का क्षेत्रफल

त्रिभुज का क्षेत्रफल = $\sqrt{\text{क (क—अ) (क—ब) (क—स)}}$

[1.1, पेज 82]

$\text{क} \; \frac{17+12+15}{2} = \frac{44}{2} = 22$

क — अ = 22 — 12 = 10

क — ब = 22 — 15 = 7

क — स = 22 — 12 = 5

∴ त्रिभुज का क्षेत्रफल $= \sqrt{22 \times 10 \times 7 \times 5}$

$= 87.7$

पहले आयताकार टुकड़े का क्षेत्रफल $= 15 \times 8.5 = 127\ 5$

दूसरे आयताकार टुकड़े का क्षेत्रफल $= 12 \times 8.5 = 102$

तीसरे आयताकार टुकड़े का क्षेत्रफल $= 17 \times 8.5 = 144.5$

कुल सरफेस क्षेत्रफल $= 2 \times 87.7 + 127.5 + 102 + 144.5$

$= 549.4$ वर्ग सं०मी० उत्तर

प्रिज्म का आयतन = आधार का क्षेत्रफल × ऊंचाई

$= 87.7 \times 8.5 = 744.45$ घन सं०मी० उत्तर

उदाहरण 9 : पिरामिड का आधार एक सम षटभुज जिसकी एक भुजा 6 सैं०मी० तथा लम्ब ऊंचाई 16 सैं०मी० है। ज्ञात कीजिए।

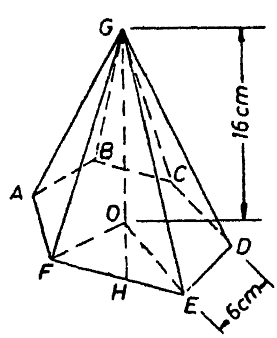
(क) आयतन

(ख) कुल तिरछा सरफेस क्षेत्रफल

(ग) तिरछे कोने की लम्बाई

(घ) तिरछे मुख तथा आधार के बीच का कोण

(ङ) तिरछे कोने तथा आधार के बीच का कोण



अ ब स द ख ग षटभुजाकार आधार है तथा ज पिरामिड का शीर्ष है जैसा कि चित्र मे दिखाया गया है। मान लो क आधार का केन्द्र है और घ, रेखा ख ग का मध्य बिन्दु है, क ग, क ख तथा क घ को मिलाओ। त्रिभुज क ख ग का क्षेत्रफल

अब क ख = ख ग = 6 सें०मी० तथा ख घ = $\frac{\text{द ख}}{2} = \frac{6}{2} = 3$ सें०मी०

क घ = $\sqrt{\text{क ख}^2 - \text{ख घ}^2} = \sqrt{6^2 - 3^2} = \sqrt{36-9} = \sqrt{27}$

∴ क घ = 5.196 सें०मी०

∴ त्रिभुज क ख ग का क्षेत्रफल = $\frac{1}{2}$ आधार × ऊंचाई

$= \frac{1}{2} \times 6 \times 5.196$

= 15.588 वर्ग सें०मी०

इस प्रकार षटभुज अ ब स द ख ग को क्षेत्रफल = 6 × 15.588

= 93.528 वर्ग सें०मी०

षटभुज अ ब स द ख ग को क्षेत्रफल 1.7, पेज 82 द्वारा भी निकाला जा सकता है।

$= 2.598 \times 6^2$

= 93.53 वर्ग सें०मी०

(क) पिरामिड का आयतन = $\frac{\text{आधार का क्षेत्रफल} \times \text{ऊंचाई}}{3}$

$= \frac{93.528 \times 16}{3}$

$= 31.176 \times 16$

= 498.8 घन सें मी. उत्तर

(ख) अब ज घ = $\sqrt{\text{क ज}^2 + \text{क घ}^2}$

$= \sqrt{(16)^2 + (5.196)^2}$

$= \sqrt{256 + 27}$

$= \sqrt{283}$ = 19.82 सें. मी.

∴ त्रिभुज ज ख ग का क्षेत्रफल = $\frac{1}{2}$ ख ग × ज घ

$= \frac{1}{2} \times 6 \times 16.82$ = 50.46 वर्ग सें.मी.

इस प्रकार तिरछे सरफेस का क्षेत्रफल

= 6 त्रिभुजों, ज ख ग जैसी, का क्षेत्रफल

$= 6 \times 50.46$

= 302.76 वर्ग सें.मी. उत्तर

(ग) अब ज ख एक तिरछा कोना है।

हम ज ख समकोण त्रिभुज ज क ख मे प्राप्त कर सकते हैं।

इसलिए, ज ख = $\sqrt{\text{क ज}^2 + \text{क ख}^2} = \sqrt{16^2 + 6^2}$

$= \sqrt{256 + 36} = \sqrt{292}$ = 17.09 सें.मी. उत्तर

(घ) तिरछा मुख ख ज ग लो

अब ज घ, ख ग पर लम्ब है तथा क घ, ख ग पर लम्ब है।

∴ मुख ख ज ग तथा आधार अ ब स द ख ग के बीच ∠ज घ क है।

अब, $\tan \angle\text{ज घ क} = \frac{\text{ज क}}{\text{क घ}} = \frac{16}{5.196} = \tan 72° \; 0'$

$\angle\text{ज घ क} = 72^0 \; 0'$

इस प्रकार तिरछे मुख तथा आधार के बीच का कोण

$= 72^0$ उत्तर

(ङ) तिरछा कोना ज ख लो

जबकि ∠ज क ख एक समकोण है, तब तिरछे कोने ज ख तथा आधार अ ब स द ख ग के बीच ∠ज ख क है।

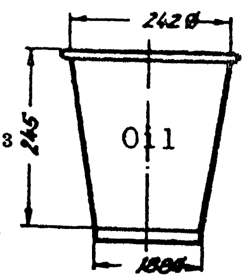
अब $\tan \angle\text{ज ख क} = \frac{\text{ज ख}}{\text{ख क}} = \frac{16}{6} = 2.6667$

$= \tan 69^0 \; 27'$

∴ $\angle\text{ज ख क} = 69^0 \; 27'$ उत्तर

उदाहरण—10 बर्तन में तेल का भार मालूम कीजिए, जैसा कि चित्र में दिखाया गया, यदि घनत्व = 0.8 ग्राम/सें.मी.^{3}

आयतन $= \frac{\pi}{12}$ स (आ^2 + आ अ + अ^2) [2.6, पेज 86]



जबकि स = ऊंचाई = 245

आ = बड़ा व्यास = 242

अ — छोटा व्यास = 188

$= \frac{3.14}{12 \times 1000} \times 245 \left((242)^2 + 242 \times 188 + (188)^2 \right)$ सें.मी.^{3}

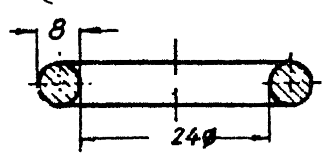
तेल का भार $= \frac{3.14 \times 245 \left[(242)^2 + 242 + 188 + (188)^2 \right] \times 0.8}{12 \times 1000}$

$= \frac{3 \; 14 \times 245 (58564 + 45500 + 35344) 0.8}{12 \times 1000}$

$= \frac{3.14 \times 245 \times 139408 \times 0.8}{12 \times 1000} = 7150$ ग्राम

= 7.15 कि. ग्रा. उत्तर

उदाहरण—11 छल्ले का भार ज्ञात कीजिए, जैसा कि चित्र में दिखाया गया है।



यदि घनत्व = 1.8 ग्राम/सें.मी.^{3}

आयतन $= \frac{\pi}{4}$ व^2, πवा

व = का व्यास = 8

वा = छल्ले का औसत व्यास = 24 + 8

= 32

$\therefore$ आयतन $= \frac{\pi}{4}(8)^2 \times \pi \times 32$ मि मी.^{3}

$= \frac{3.14 \times 64 \times 3.14 \times 33}{4 \times 1000}$ सें.मी.^{3}

$\therefore$ छल्ले का भार $= \frac{3\ 14 \times 64 \times 3.14 \times 32 \times 1.8}{4 \times 1000}$

$= 9.084$ ग्राम उत्तर

अभ्यास

1. एक जिंक प्लेट की समानान्तर चर्तुभुज का क्षेत्रफल निकालो, जिसका एक विकर्ण 65 सें. मी. है तथा जिसकी दो साथ की भुजाए क्रमश: 70 सें. मी. और 75 सें. मी. है। उत्तर : 4200 वर्ग सें. मी.

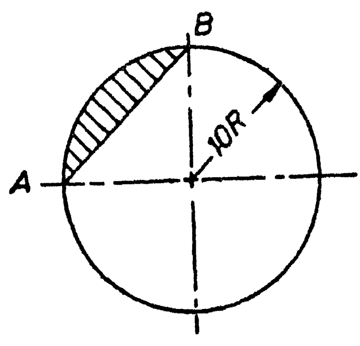
2. बिन्दु अ तथा ब, एक वृत की परिधी पर स्थित है। सरल रेखायें क अ तथा क ख द्वारा बनाया गया कोण अ क ब 60° के बराबर है जबकि क मध्य विन्दु है। चाप तथा जीवा की लम्बाई मे अनुपात ज्ञात कीजिए। (ग्रुप 5, 2 वर्ष प्रारम्भिक, जुलाई, 1972) उत्तर : $\frac{\pi}{3}$

3. समबाहु त्रिभुजाकार प्रिज्म का आयतन ज्ञात करो जिसकी एक भुजा 2 सें. मी. तथा ऊंचाई 6 सें. मी है। (ग्रुप 4, 2 वर्ष, जुलाई 1971) उत्तर : 10.393 सें.मी.^{3}

4. एक आयताकार टुकडे, जिसकी लम्बाई 11 सें. मी., चौड़ाई 8 सें. मी. तथा ऊंचाई 5 सें. मी. है, से कितनी गोलाकार गोलियां, जिनका व्यास 1 सें. मी. है, बनाई जा सकती हैं। उत्तर : 840 गोलिया

5. एक पतली खाली नाली (टयूब) का आयतन ज्ञात करो जिसकी लम्बाई 10 सें. मी. औसत व्यास 5 सें मी. तथा मोटाई 1 मि. मी. है। (ग्रुप 5, 2 वर्ष जुलाई, 1970) उत्तर 15.70 सें. मी.^{3}

6. चित्र में जीवा अ ब द्वारा हटाए गए खंड का क्षेत्रफल मालूम कीजिए।

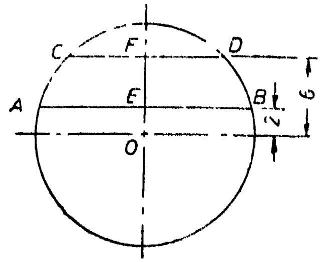


उत्तर : 28.27 सें.मी.^{2}

7. एक खोखली ढलवें लोहे की शाफ्ट का बाहरी व्यास 18 सें मी. है तथा इसका अन्दर का व्यास 10 सें. मी. है, इसका आयतन ज्ञात करो यदि इसकी लम्बाई 20 सें. मी. हो। उत्तर : 3520 सें. मी.^{3}

8. एक स्विमिंग पूल 50 मीटर लम्बा तथा 15 मीटर चौड़ा है। इसके फर्श में एक जैसी ढलान है जिसका ओछा किनारा 1 मीटर गहरा है तथा गहरा किनारा 5 मीटर है, पानी का भार ज्ञात कीजिए जबकि पानी का स्तर ओछे किनारे से $\frac{3}{4}$ मीटर हो। (पानी का घनत्व = 1 कि. ग्रा. प्रति लिटर) (ग्रुप 3, 2 वर्ष जुलाई, 1970) उत्तर : 2062500 कि. ग्रा.

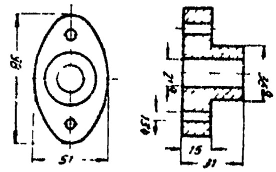
9. एक गोला, जिसकी त्रिज्या 8 सै. मी. है, को दो समानान्तर प्लेटों से काटा गया है, एक केन्द्र से 2 सै. मी. तथा दूसरी केन्द्र से 6 सै. मी. दूर से गुजरती है। दो प्लेटों के बीच के हिस्से का क्षेत्रफल तथा खण्ड का आयतन ज्ञात कीजिए यदि दोनों प्लेटें केन्द्र के एक ही तरफ हों।



उत्तर : 201.14 वर्ग सै. मी.
603.42 घन सै. मी.

10. एक धातु के घन, जिसकी प्रत्येक भुजा 50 मि. मी. है, का भार ज्ञात कीजिए इसके मध्य मे एक छिद्र, जिसका व्यास 20 मि. मी. है, ड्रिल किया हुआ है। धातु का घनत्व 100 ग्राम प्रति घन सै. मी. है।
(ग्रुप 4, 2 वर्ष प्रारम्भिक जुलाई, 1968)

11. 100 ढलवें लोहे की फ्लैजें का भार ज्ञात करो जैसा कि चित्र में दिखाया गया है, यदि ढलवें लोहे का घनत्व = 7.85 ग्राम/सै. मी.^{3} हो .



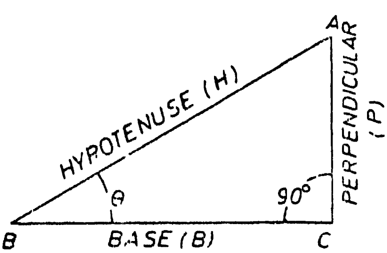
उत्तर : 47.42 कि. ग्रा.

अध्याय 11

त्रिकोणमिति

त्रिभुजों के नाप का अध्ययन ही त्रिकोणमिति है। त्रिकोणमिती में त्रिभुज के कोणों को भुजाओं के अनुपात से प्रदर्शित किया जाता है।

1 त्रिकोणमिति अनुपात :



अ ब स एक समकोण त्रिभुज है। ∟अ स ब = 90° तथा θ(थीटा) एक न्यून कोण है। कर्ण अ ब, 90° से विपरित दिशा मे है आधार ब स, न्यून कोण θ के साथ वाली भुजा है तथा लम्ब अ, स न्यून कोण के विपरीत भुजा है ऊपर लिखित हालत में निम्नलिखित त्रिकोणमिती अनुपात लागू होते है।

(1) $\frac{\text{लम्ब}}{\text{कर्ण}} = \frac{\text{अ स}}{\text{अ ब}}$ इस अनुपात को Sine θ (साईन थीटा) कहते हैं।

(2) $\frac{\text{आधार}}{\text{कर्ण}} = \frac{\text{ब स}}{\text{अ ब}}$ इस अनुपात को Cosine θ (कोसाइन थीटा) कहते हैं।

(3) $\frac{\text{लम्ब}}{\text{आधार}} = \frac{\text{अ स}}{\text{ब स}}$ इस अनुपात को Tangent θ (टेनजेंट थीटा) कहते हैं।

(4) $\frac{\text{कर्ण}}{\text{आधार}} = \frac{\text{अ ब}}{\text{अ स}}$ इस अनुपात को Cosecant (कोसीकेंट थीटा) कहते हैं।

(5) $\frac{\text{कर्ण}}{\text{आधार}} = \frac{\text{अ ब}}{\text{ब स}}$ इस अनुपात को Secant θ (सीकेंट थीटा) कहते हैं।

(6) $\frac{\text{आधार}}{\text{लम्ब}} = \frac{\text{ब स}}{\text{अ स}}$ इस अनुपात को Cotangent θ (कोटेनजेंट थीटा) कहते हैं।

इन अनुपातों को संक्षिप्त में Sin θ, Cos θ, tan θ, Cosec θ, Sec θ तथा Cot θ लिखते हैं। ऊपर लिखे अनुपात तभी लागू होंगे जबकि त्रिभुज समकोण त्रिभुज होगी।

यह भी नोट करें $\text{Sin}\ \theta = \frac{1}{\text{Cosec}\ \theta}$, $\text{Cos}\ \theta = \frac{1}{\text{Sec}\ \theta}$, $\tan\theta = \frac{1}{\cot\theta}$, $\frac{\sin\theta}{\text{Cos}\theta} = \tan\theta$

2. त्रिकोणमिती सारणियां :

0 से 90° के कोणों के साईन, कोसाइन तथा टेनजेंटड के मान, नैचुरल साईनस, नैचुरल कोसाइनस तथा नेचूरल टैनजेंटस सारणियों में दिये गये हैं। सारणी के बाई तरफ डिग्री का खाना है तथा साथ ही ऊपर 6 के गुणांक में मिनट हैं। त्रिकोणमिती कोणों का मान ज्ञात करने के लिए जिसके मिनट की कीमत ऊपर दिए हुए किसी से मिलती हो तो डिग्री वाली रेखा पर चलो और अनुपात की कीमत मिनट के अनुरूप हिस्से के नीचे मिलती है। मिनटों के हर 6 भागों के बीच के मान के लिए औसत अन्तर का हिस्सा सारणी के साथ जोड़ा गया है। **साइन** तथा **टेनजेंट** के लिए मुख्य सारणी से पढ़ी गई कीमत में औसत अन्तर जोड़ा जाता है। तथा **कोसाइन** के लिए औसत अन्तर घटाया जाता है।

2.1 सारणियों से कोणों का मान ज्ञात करना :

उदाहरण $\theta = 50°\ 50'$, $\sin\theta = ?$

	0′	6′	12′	18′	24′	30′	36′	42′	48′	54′	औसत अन्तर 1′	2′	3′	4′	5′
0	.7660	.7672	.7683	.7694	7705	.7716	7727	.7738	7749	.7760	2	4	6	7	9

नैचुरल साइन सारणी से 50° 48′ = 0 7749

औसत अन्तर 2′ = 4

(जमा करना है) 50° 50′ 0.7753 ∴ $\sin 50°\ 50' = 0.7753$

उदाहरण $\theta = 27°14'$ $\cos\theta = ?$

	0′	6′	12′	18′	24′	30′	36′	42′	48′	54′	औसत अन्तर 1′	2′	3′	4′	5′
7	.8910	.8902	.8894	.8886	.8878	.8870	.8862	8854	.8846	.8838	2	3	4	5	6

नैचुरल कोसाइन सारणी से 27° 12′ = 0 8894

औसत अन्तर (घटाना है) 2′ = 3

2 ° 14′ 0.8891 ∴ $\text{Cos}\ 27°\ 14' = 0.8891$

उदाहरण : $\theta = 42°20'$, $\tan\theta = ?$

	0′	6′	12′	18′	24′	30′	36′	42′	48′	54′	औसत अन्तर				
											1′	2′	3′	4′	5′
2	.9004	.9036	.9067	9099	.913[illegible]	.9163	.9195	.9228	9260	.9293	5	11	16	21	27

tan सारणी से $42°\ 18' = 0\ 9099$

औसत अन्तर $\frac{2'}{42''\ 20'} - \frac{11}{0.9110}$ $\therefore \tan 42°\ 20' = 0.9110$

2.3 मुख्य त्रिकोणमिति कोणों की सारणी :

कोण	s.n	cos	tan
0	0	1	0
30^0	$\frac{1}{2}$ (0.5)	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$ (0.5774)
45^0	$\sqrt{\frac{1}{2}}$ (0.707)	$\frac{1}{2}$	1
60^0	$\sqrt{\frac{3}{2}}$ (0.866)	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$ (1.7321)
90^0	1	0	∞

3. त्रिभुजों को हल करने के लिए फार्मूले

(1) साईन फार्मूला

$$\frac{\text{अ}}{\sin \text{आ}} = \frac{\text{ब}}{\sin \text{बा}} = \frac{\text{स}}{\sin \text{सा}}$$

(2) कोसाइन फार्मूला

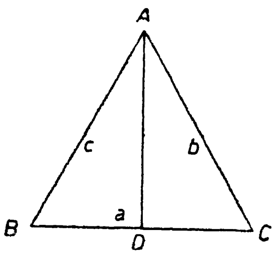
$$\text{अ}^2 = \text{ब}^2 + \text{स}^2 - 2\text{ब स} \cos \text{आ}$$
$$\text{ब}^2 = \text{स}^2 + \text{अ}^2 - 2\text{स अ} \cos \text{बा}$$
$$\text{स}^2 = \text{अ}^2 + \text{ब}^2 - 2\text{अ ब} \cos \text{सा}$$

(3) टेनजैंट फार्मूला

$$\frac{\tan \frac{\text{आ}\quad\text{बा}}{2}}{\tan \frac{\text{आ} + \text{बा}}{2}} = \frac{\text{अ} - \text{ब}}{\text{अ} + \text{ब}}$$

भुजा अ, ∟आ के विपरीत भुजा है
भुजा ब, ∟बा के विपरीत भुजा है
भुजा स, ∟सा के विपरीत भुजा है

त्रिभुज का क्षेत्रफल



(द्वारा 01.1, पेज 82)

त्रिभुज का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2}$ आधार × त्रिभुज की ऊंचाई
$= \frac{1}{2}$ बा सा × आ दा

आ दा = आ बा sin बा या आ सा sin सा
= स sin बा या ब sin सा

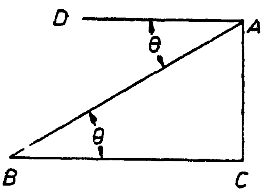
∴ त्रिभुज का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2}$ अ स sin बा
$= \frac{1}{2}$ अ ब sin सा

इसी तरह, त्रिभुज का क्षेत्रफल प्रमाणित किया जा सकता है $= \frac{1}{2}$ ब स sin आ

5. ऊंचाई तथा दूरी

यह प्राय: जरूरी या सम्भव नहीं कि किसी वस्तु की ऊंचाई सीधी मापी जा सके या दो वस्तुओं के बीच की दूरी माप सकें। माप दड के उपकरणों की सहायता से, कोई दो सरल रेखाओं, जो कि देखने वाले की आंख में मिलती है, के बीच का कोण नापा जा सकता है। इस काम के लिए "सैक्सटैंटड' तथा 'थियोडोलाइटड' का प्रयोग किया जाता है। इस तरीके से दूरबीन की आड़ी तारों को बहुत ठीक बनाया जा सकता है ताकि माने हुई वस्तु का प्रतिबिम्ब उनसे मिल सके और साथ में लगे वर्नियर की सहायता से निरीक्षित कोण को मिनट के अश तक भी पढा जा सके।

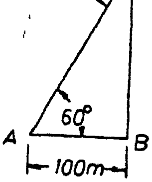
सीधी रेखा तथा दिये हुए वस्तु को मिलने वाली रेखा के बीच के कोण को एलीवेशन कोण कहते है जबकि वस्तु निरीक्षण बिन्दु से ऊपर हो और डीपरैशन कोण जबकि वस्तु नीचे हो।



इसलिए, यदि ब निरीक्षण बिन्दु हो तथा अ, दिया हुआ बिन्दु हो तब सरल रेखा ब तथा अ को मिलाने वाली तथा सरल रेखा ब स के बीच के कोण को एलीवेशन कोण कहते हैं।

इसी प्रकार यदि अ निरीक्षण विन्दु हो तथा ब एक वस्तु हो तव सरल रेखा (अ द, जो अ से खींची गई है) तथा रेखा अ ब के बीच के कोण को डीपरैशन कोण कहते है।

उदाहरण 1 एक मीनार के आधार से, 100 मी० की दूरी पर मीनार के ऊपर के हिस्से का एलीवेशन कोण 60^0 है। मीनार की ऊंचाई ज्ञात कीजिए।



समकोण त्रिभुज का आधार अ ब, 100 मी० किसी स्केल पर बनाओ। अ स एक रेखा खींचो जोकि अ ब के साथ 60^0 का कोण बनाए तथा ब स को स पर काटे। तब ब स मीनार की ऊंचाई है।

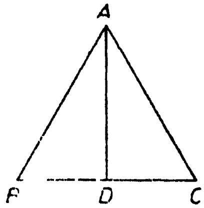
हल करने पर, $\frac{\text{ब स}}{\text{अ ब}} = \tan 60^0$

परन्तु $\tan 60^0 = \sqrt{3}$

$\therefore \frac{\text{ब स}}{100} = \sqrt{3}$

∴ ब स $= 100\sqrt{3} = 173$ मी० उत्तर

उदाहरण 2—समबाहु त्रिभुज की भुजा ज्ञात कीजिए यदि अ द = 10 मि०मी० अ द = ऊंचाई



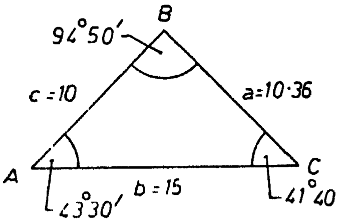
अ द, त्रिभुज को दो बराबर समकोण त्रिभुजों में बांटता है। ∠ब = 60° तथा ∠ब अ द = 30^0

$$\sin \text{ब} = \frac{\text{अ द}}{\text{अ ब}}, \text{ अ ब} = \frac{\text{अ द}}{\sin \text{ब}} = \frac{10}{0.866}$$

= 11.55 मि० मी०   उत्तर

उदाहरण 3—चित्र में दिखाई गई त्रिभुज का क्षेत्रफल मालूम कीजिए।

हल :—



क्षेत्रफल = ½ ब स sin आ

= (15) (10)(0.6884)

= 51.6 वर्ग मि०मी०   उत्तर

या द्वारा 4, पेज 82

क्षेत्रफल = $\sqrt{\text{क (क—अ)(क—ब)(क—स)}}$

जबकि $\text{क} = \frac{\text{अ+ब+स}}{2} = \frac{35.36}{2} = 17.68$

क्षेत्रफल = $\sqrt{17.68\ (17.68-10.36)(17.68-15)(17.68-10)}$

= $\sqrt{17.68 \times 7.32 \times 2.68 \times 7.68}$

= 51.6 वर्ग मि.मी.   उत्तर

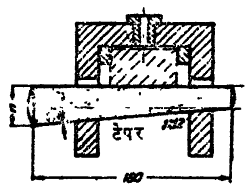
उदाहरण 4 —ड्रिलिंग जिग की टेपर पिन का 'क तथा θ ज्ञात कीजिए।

टेपर 1:12 का मतलब है कि 12 मि.मी.

लम्बाई में 1 मि.मी. उठाव है।

यानि कि $\tan \theta = \frac{1}{12} = 0.0833$

tan की सारणी से, $\theta = 4^0\ 42'$ उत्तर

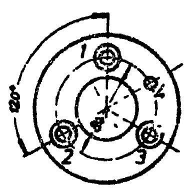


$$\frac{\text{क} - 14}{180} = \tan 4^0\ 42' = 0.0833$$

या क—14 = 14.99

या क = 29 मि.मी.   उत्तर

उदाहरण 5—फलेंज के छिद्र 4 की अक्षीय दूरी ज्ञात कीजिए। वृत के केन्द्र से शुरू कीजिए।

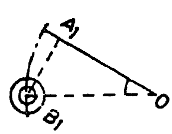


छिद्र 1 की X अक्ष से केन्द्र तक की दूरी = 0 मि मी.

Y अक्ष से = 42 मि.मी

छिद्र 2 के लिए

क ब 1 = 42, ∠अ क ब = 30^0



$$\therefore \frac{\text{क अ}_1}{\text{क ब}_1} = \cos 30^0$$

= 0.866

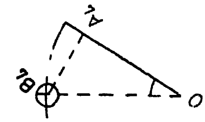
या क अ_1 = 42 × 0.866 = 36.37 तथा $\frac{\text{अ}_1\text{ब}_1}{\text{क ब}_1} = \sin 30° = 0.5$

या $\text{अ}_1\text{ब}_1$ = 42 × 0.5 = 21

यदि केन्द्र क की बाईं तरफ X अक्ष की ऋण भुजा लें तथा केन्द्र क के नीचे की दिशा के Y अक्ष की ऋण भुजा लें तो छिद्र[2] की अक्षीय दूरी X अक्ष की तरफ —36.37 मि.मी. है, —21 मि.मी. Y अक्ष की तरफ है।

छिद्र न० 4 के लिए

कव$_4$ = 42 तथा ∟ अ$_4$क व$_4$ = 30°



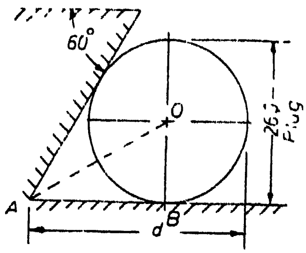
$\therefore \frac{कअ_4}{कव_4} = \cos 30° = 0.866$

या कअ$_4$ = 42 × 0.866 = 36.37

तथा $\frac{अ_4व_4}{क\ व_4} = \sin 30° = 0.5$ या अ$_4$व$_4$ = 42 × 0.5 = 21 ∴ छिद्र 4 की अक्षीय दूरी X अक्ष की तरफ 36 37 मि.मी तथा Y अक्ष की तरफ 21 मि.मी है।

उदाहरण 6 : एक 26 मि.मी. टैस्ट प्लग एक एन्गूलर ग्रूव में रखा गया है जैसा कि चित्र में दिखाया गया है। दूरी द मालूम कीजिए। यदि क प्लग का केन्द्र हो, क अ को मिलाओ तथा क अ ब त्रिभुज बनाओ।

[द्वारा 5.3, पेज 75]



∟क ब अ = 90° तथा ∟क अ ब = 0°

$\therefore \frac{क\ ब}{अ\ व} = \tan 30°$

या $\frac{13}{अ\ ब}$ 0.5774

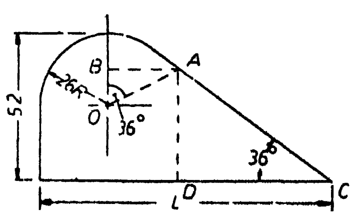
$\therefore$ अ ब = $\frac{13}{0.5774} = 22.36$

इस प्रकार द = अब + ½ प्लग का व्यास

= 22.36 + 13 = 35.36 मि मी. (उत्तर)

उदाहरण 7 : परोफाइल गेज की लम्बाई 'ल' ज्ञात कीजिए जैसा कि चित्र में दिखाया गया है।

मान लो अ एक ऐसा बिन्दु है जहां सरल रेखा अ स तथा 26 त्रिज्या मिलते हैं। और अ से अ ब तथा अ द लम्ब खीचो। जबकि क अ लम्ब है अ स पर तथा क व लम्ब है स द पर, इसलिए '**दो रेखाओं के बीच का कोण, उनके लम्बों के कोण के बराबर होता है**' गुण द्वारा हमें प्राप्त होता है : ∟अ क ब = 36° चित्र से, ल = 26 + अ ब + स द



अत्र $\frac{अत्र}{कअ}$ Sin 36° ∴ अ ब = 26 × Sin 36°

∴ अ ब = 26 × 0.5878 = 15.28

$\frac{क\ ब}{क\ अ} = \cos 36° = 0.8090$

∴ क ब = 26 × 0.8090 = 21.03

अ द = 52 — 26 + क ब = 52 — 26 + 21.03 — 47.03

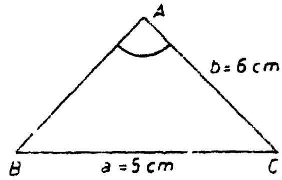
$\frac{अ\ द}{स\ द} = \tan 36° = .727$ ∴ स द = $\frac{47.03}{.727} = 64.7$

∴ ल = 26 + 15 28 + 64.7 = 105.98 मि.मी. उत्तर

उदाहरण 8 : त्रिभुज आ बा सा की भुजाएं, कोण ज्ञात कीजिए, भुजा अ = 5 से.मी., भुजा ब = 6 सै.मी., sin आ — 0 75

$\frac{अ}{\sin अ} = \frac{ब}{\sin बा} = \frac{स}{\sin सा}$

$\frac{5}{0.75} = \frac{6}{\sin बा} \therefore \sin बा = 0.9$



$\therefore \angle बा = 64° 9'$

$\sin आ = 0.75 \therefore \angle = 48° 35'$

जबकि $\angle आ + \angle बा + \angle सा = 180°$

$\therefore \angle सा = 180° — 64° 9' — 48° 35' = 67° 16'$

ऊपर लिखित फार्मूले की सहायता से $\frac{आ}{\sin आ} = \frac{स}{\sin सा}$

$\frac{5}{0.75} = \frac{स}{\sin 67° 16'} = \frac{स}{0.9224} \therefore स = 6.15$ सै.मी.

इस प्रकार परिणाम : अ = 5 सै.मी. $\angle आ = 48° 35'$

ब = 6 सै.मी. $\angle बा = 64° 9'$

स = 6.15 सै.मी. $\angle सा = 67° 16'$

अभ्यास :

1. त्रिकोणमिती सारणियों से sin 38° 14°; tan 64° 36° का मान ज्ञात करो तथा वो कोण जिसका कोसाइन 0.3803 है।

   उत्तर :—.6186, 2.1060, 67°39'

2. एक प्लेट में टेपर छिद्र ठोकना है जैसा कि चित्र में दिखाया गया है $व_2$ ज्ञात कीजिए।

   उत्तर :—16.36

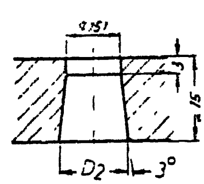
3. दो बराबर ऊंचाई वाले खम्बे एक सड़क के दोनों ओर खड़े हैं जो कि 40 मीटर चौड़ी है, दोनों एक दूसरे के विपरीत हैं। खम्बों के बीच सड़क पर एक बिन्दु अ से खम्बों के ऊपरी हिस्सों से एलीवेशन क्रमश 60° तथा 30° पाया गया। खम्बों की ऊचाई तथा बिन्दु अ की स्थिति ज्ञात कीजिए।

   उत्तर :—17.32 मीटर, एक खम्बे से 10 मीटर

4. 272 मि०मी० व्यास के वृत में 9 बराबर की दूरी पर छिद्र करने हैं। छिद्रों अ तथा ब और अ तथा स में जीवीय दूरी ज्ञात करो।

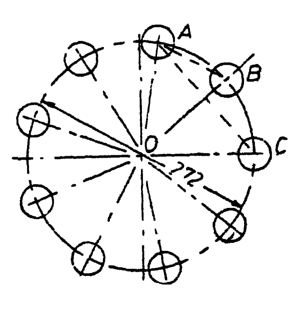
   उत्तर :—अ ब = 93 मि०मी०

   अ स = 175 मि०मी०



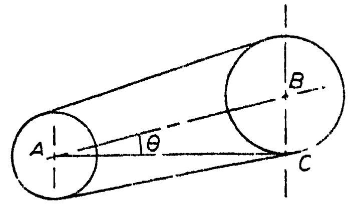
5. त्रिभुज की भुजाए 2 5 सै०मी० तथा 6 सै० मी० हैं यदि उनके बीच का कोण $35°$ का हो तो त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

   उत्तर :—4.302 वर्ग सै०मी०

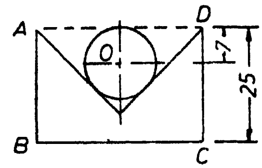


6. एक बी बैल्ट ड्राईव में, बड़ी तथा छोटी पुली में क्षेतिज (Horizontal) दूरी 750 मि०मी० है। दो पुलियों के बीच की दूरी 750 मि०मी० है। ड्राईव

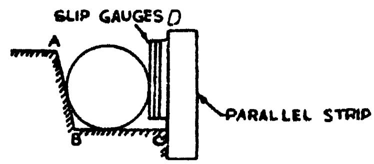
का कोण ज्ञात कीजिए ।
उत्तर :—33°34′



7. एक स्टील की गेंद जिसका व्यास 20 मि० मी० को वी. ब्लाक में रखा गया है, जैसा कि चित्र में दिखाया गया है । वी का कोण ज्ञात कीजिए झिरी की ऊपरी चोड़ाई भी ज्ञात कीजिए ।
उत्तर :—वी का कोण 45°46′
झिरी की चौड़ाई 21.105



8. एक 40 मि०मी० टैस्ट प्लग को ढलवे धरातल अ ब पर रखा गया है । यदि ब स = 54.38 मि०मी० हो और टैस्ट प्लग तथा स द के बीच की दूरी स्लिप गेज द्वारा नापी गई 22.24 मि०मी० है, अ ब का उर्ध्वाधर (Vertical) रेखा से झुकाव ज्ञात कीजिए ।
उत्तर :—27° 30′

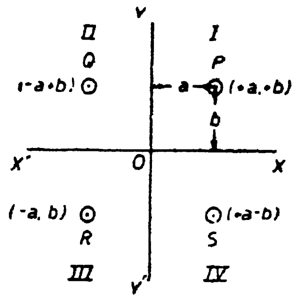


अध्याय 12

रेखाचित्र

रेखाचित्र :—रेखाचित्र दो परिवर्तनीय संख्याओं के सम्बन्ध की आकृति है।

XOX′—X अक्ष
YOY′—Y अक्ष
O—मूल बिन्दु



ग्राफ पर कोई बिन्दु, बिन्दुओं के एक जोड़े से प्रदर्शित किया जाता है। जोड़े में पहली संख्या को भुजाक्ष कहते हैं तथा यह उस बिन्दु की Y अक्ष से दूरी को प्रदर्शित करता है। दूसरी संख्या कोटि अक्ष है तथा यह उस बिन्दु की X अक्ष से दूरी को प्रदर्शित करता है।

स्केल : ऊपर के चित्र से यह साफ है कि रेखाचित्र पर किसी भी बिन्दु को अंकित करने के लिए, कोई माप चुनना चाहिए तथा रेखाचित्र बनाने से पहले दर्शानी चाहिए। माप को ऐसा चुनना चाहिए जिससे रेखाचित्र का आकार बड़े से बड़ा हो (जितना सम्भव हो)

पाद चिन्ह :

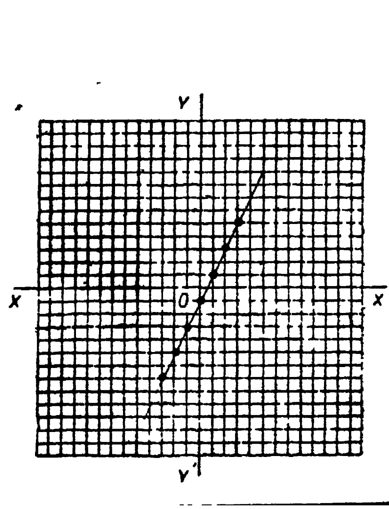
पाद	1	2	3	4
भुजाक्ष	+	—	—	+
कोटि अक्ष	+	+	—	—

उदाहरण

उदाहरण 1. दिया है Y=2X—1, Y की कीमतें ज्ञात कीजिए जो कि X=—3,—2,—1, 0, 1, 2, 3 के अनुकूल हों तथा इस प्रकार प्राप्त किए गए बिन्दु X Y को रेखाचित्र पर अंकित कीजिए।

नीचे दी गई सारणी में Y के मानों को X के अनुकूल दर्शाया गया है।

X	—3	—2	—1	0	1	2	3
Y	-7	—5	—3	—1	1	3	5



दिया है $Y = 2X - 1$ जब $X = -3$

$$Y = 2(-3) - 1$$
$$= -6 - 1 = -7$$

और इसी प्रकार सारणी की शेष कीमतें निकाली जा सकती है

$(-3,-7)$, $(-2,-5)$, $(-1,-3)$, $(0,-1)$, $(1,1)$, $(2,3,)$, $(3,5)$ बिन्दुओं को चित्र में अंकित किया गया है। याद रहे कि सभी बिन्दु $Y = 2X \quad 1$, को संतुष्ट करते हैं तथा एक सीधी रेखा पर रहते हैं।

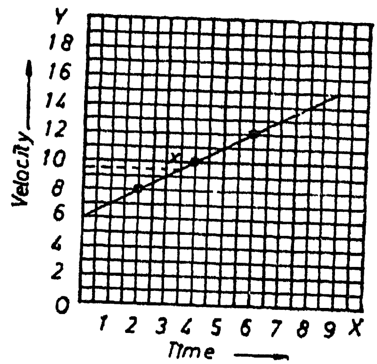
उदाहरण 2 किसी वस्तु के लिए गति-समय रेखाचित्र अंकित कीजिए जो इस प्रकार चलती है :

समय (सैकिण्ड में)	अ	ब	स	द	य	र	ल
	0	1	2	3	4	5	6
गति	6	7	8	9	10	11	12

रेखाचित्र से ज्ञात कीजिए :—

3.5 सैकिण्ड पर अन्तिम गति

(सितम्बर 69)

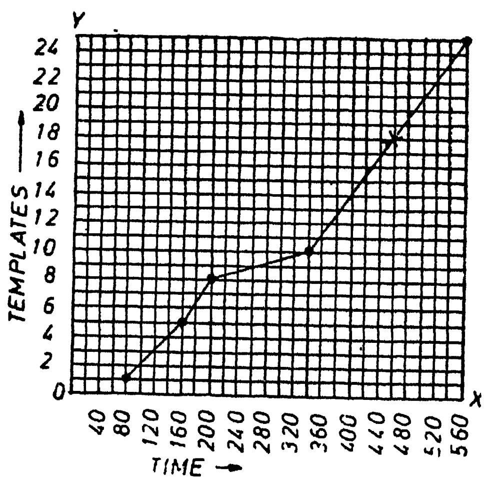


चित्र में X -अक्ष समय है तथा एक हिस्सा समय के 1 सैकिण्ड को दर्शाता है। गति को Y -अक्ष में अंकित किया गया है और प्रत्येक हिस्सा 2 मी०/सै० दर्शाता है।

3.5 सैकिण्ड के अनुकूल, X तथा Y अक्ष पर लम्ब गिराये जाते हैं और गति 9.75 मी०/सै० ज्ञात की जाती है।

उदाहरण 3 निम्नलिखित रीडिंगस टैम्पलेट को बनाने में लगे समय को दर्शाती है।

टैम्पलेट	**लिया गया समय**
1	1 घंटा 20 मिनट
5	2 घंटे 40 मिनट
8	3 घंटे 20 मिनट
10	5 घंटे 40 मिनट
25	9 घंटे 20 मिनट



ऊपर दिये गए सारणी को रेखा चित्र पर अंकित कीजिए तथा रेखाचित्र से 18 टैम्पलेट को बनाने में लगे समय को ज्ञात कीजिए तथा यह बिन्दु रेखाचित्र पर दर्शाओ।

(ग्रुप 4, 2 वर्ष, जुलाई, 1971)

इस चित्र में X अक्ष समय दर्शाता है तथा Y अक्ष का हर एक हिस्सा एक टेम्पलेट को दर्शाता है।

18 टैम्पलेट को बनाने मे लगे समय को X अक्ष पर लम्ब गिराने से ज्ञात किया जा सकता है। तथा यह 460 मिनट है यानि कि 7 घंटे 40 मिनट।

अभ्यास

1. (i) $y = 2x + 3$ (ii) $y = 2x - 3$ का रेखाचित्र बनाइये। रेखाचित्र द्वारा, $y = 2x + 3$ समीकरण में y का मान ज्ञात करो जबकि $x = 2$ समीकरण $y = 2x - 3$ में y का मान ज्ञात करो जबकि $x = 3$

(ट्रेड टैस्ट, अगस्त, 1967)

2. T (किलोग्राम में) 50 110 140 160 175 200

T (किलोग्राम में)	50	110	140	160	175	200
(चौडाई सैं० मी० में)	7.5	16.5	20	22.5	25	28.5

बिन्दुओं के बीच सम्बन्ध को दिखाने के लिए रेखाचित्र बनाइये। रेखाचित्र से ज्ञात कीजिये :—

(क)

(ख)

3. एक घर के तारो के धारामण्डल, जो कि समानान्तर में है, में तरह-तरह के प्रतिरोध तथा धारा पाए गए जो कि नीचे दिये गये हैं :

R (ओम्)	20	30	40	45	50	60
C (एम्पीयर)	11	7.7	5.5	4.9	4.4	3.67

R, ओम में प्रतिरोध है तथा C, एम्पीयर मे धारा है। ऊपर दी हुई सारणी से रेखाचित्र बनाइए तथा रेखाचित्र से ज्ञात कीजिए :

(1) R जबकि C = 8.2 (2) C जबकि R = 38 उत्तर : (1) 27 (2) 5.9

4. धातु की गोल छड़ की टर्निंग में, चक्कर प्रति मिनट तथा भिन्न-भिन्न व्यासों के बीच संबध निम्नलिखित है :—

D (मि० मी०)	35	30	25	20	15
N (चक्कर प्रति मिनट)	227	265	318	398	530

ऊपर दी हुई सारणी से साफ-साफ रेखाचित्र बनाइए तथा निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए :—

(1) जब व्याम 23 मि० मी० हो तो चक्कर प्रति मिनट कितने होगे ?

(2) जब चक्कर प्रति मिनट 480 हों तो सम्भावित व्यास क्या होगा ?

उत्तर : (1) 350 चक्कर प्रति मिनट
(2) 17 मि० मी०

5. दो लकड़ी के धरातलों में घर्षण का गुणांक निकालने के लिए एक प्रयोग में, बल F तथा खिसकने वाले भार W में निम्नलिखित सम्बन्ध प्राप्त किये गये थे :

W (कि० ग्रा० में)	3	5	8	10	13	15	18	20
(F कि० ग्रा० में)	1.05	1.75	2.8	3.5	4.55	5.25	6.30	7.0

ऊपर दी हुई कीमतों को रेखाचित्र पर अंकित कीजिए तथा इससे ज्ञात करो :—

(1) 9 तथा 16 कि० ग्रा० भार के अनुकूल बल का मान

(2) 1.4 तथा 3.58 कि० ग्रा० बल के अनुकूल भार का मान

उत्तर : (1) 3.12 कि० ग्रा० तथा 5.6 कि० ग्रा०
(2) 4 कि० ग्रा० तथा 10 कि० ग्रा०

6. काबले के व्यास तथा इसकी मीट्रिक चूड़ियों की पिच में निम्नलिखित सम्बन्ध हैं :—

काबले का व्यास (मि० मी०)	3	4	5	6	8	10	12	14
पिच (मि० मी०)	0.5	0.7	0.8	1	1.25	1.5	1.75	2

रेखाचित्र अंकित कीजिए तथा इससे 7 मि० मी० तथा 11 मि० मी० व्यास वाले काबलों के लिए पिच ज्ञात कीजिए। उत्तर : 1.125 मि० मी० तथा 1.625 मि० मी०

7.

8. बेल्ट की गति, जो कि एक जैसी गति से चल रही पुली के ऊपर है, पुली के व्यास के ऊपर निर्भर करती है। निम्नलिखित सारणी द्वारा सम्बन्ध दिया जाता है :—

व्यास (इन्च)	2	4	6	8	10	12
गति (फुट/मिनट)	73	147	220	293	367	440

रेखाचित्र अंकित कीजिए तथा इससे बैल्ट की गति ज्ञात कीजिए यदि पुली का व्यास $6\frac{1}{4}''$ हो।

(ग्रुप 1, सितम्बर 1972)

9. निम्नलिखित सारणी में रोलर बीयरिंग जरनल, जो कि 1000 चक्कर प्रति मिनट से घूम रहा है, की भार सहने की शक्ति को दर्साया गया है :

बीयरिंग का व्यास (मि० मी०)	25	35	45	55	65
सुरक्षित भार (कि० ग्रा०)	1385	2260	3300	4820	6880

रेखाचित्र अंकित कीजिए तथा 50 मि० मी० व्यास वाली बीयरिंग के लिए सुरक्षित भार ज्ञात कीजिए।

(ग्रुप 1, सितम्बर 1970)

भाग 2

कर्मशाला परिकलन

प्रत्येक ट्रेड के ग्रुप के लिए प्रश्न
(यांत्रिक तथा विद्युत)

ग्रुप 1. फिटर, टरनर, मशीनिस्ट (मिलर), मशीनिस्ट (ग्राइंडर), मशीनिस्ट (स०स०प०), फिटर (स्ट्रकचलर), मशीनिस्ट (इन्स्ट्रमैंट) तथा टूल और डाई मेकर ।

ग्रुप 3. लोहार, शीट मैटल वर्कर तथा वैल्डर (गैस तथा विद्युत्)

ग्रुप 6, मिल राईट मशीनिस्ट, टैक्सटाइल मशीनरी मशीनिस्ट, डेरी देखभाल ।

ग्रुप 9. ड्राफ्टसमैन (मशीनिस्ट)

अध्याय 13

1. **सरफेस गति :** घूमते हुए वस्तु की सरफेस गति $स = \frac{\pi \, व \, न}{1000}$ मी०/मिनट से दी जाती है।

जबकि स — सरफेस गति मी०/मिनट में

व — व्यास मि०मी० में

न — चक्कर प्रति मिनट

ऊपर दिये गये सूत्र से ड्रिलिंग, टर्निंग तथा मिलिंग की कटिंग स्पीड ज्ञात की जा सकती हैं।

उदाहरण 1 ड्रिलिंग

यदि व्यास — 14

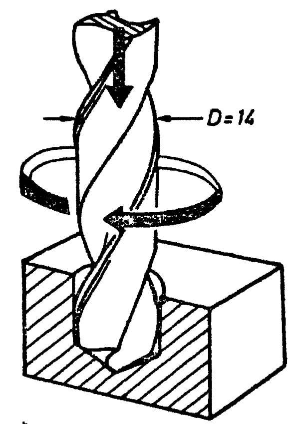
तथा स — 22 मी०/मिनट

(40 कि०ग्रा०/मि०मी०^2 इस्पात के लिए)

चक्कर प्रति मिनट (न) ज्ञात कीजिए।

$$न = \frac{1000 \, स}{\pi \, व} = \frac{22 \times 1000}{3.14 \times 14}$$

= 501 चक्कर प्रति मिनट उत्तर



उदाहरण 2. टर्निंग

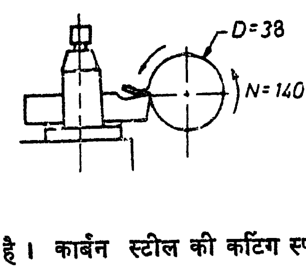
यदि व — 38

तथा न — 140 चक्कर प्रति मिनट कटिंग स्पीड स ज्ञात कीजिए।

$$कटिंग\ स्पीड\ स = \frac{\pi \, व \, न}{1000}$$

$$= \frac{3.14 \times 140 \times 38}{1000}$$

= 16.7 मी०/मिनट उत्तर



उदाहरण 3.

एक कार्बन स्टील को, एक प्लेन मिलिंग कटर, जिसका व्यास 75 है, से करना है। कार्बन स्टील की कटिंग स्पीड 17 मी०/मिनट है तथा मिलिंग मशीन को निम्नलिखित चक्कर प्रति मिनट पर चला सकते हैं :

37—49—64—86—113—147—197—260—338—455—600—700

कटर के चक्कर प्रति मिनट ज्ञात कीजिए।

$न = \frac{1000\ स}{\pi\ व} = \frac{1000 \times 17}{3.14 \times 75} = 72$ चक्कर प्रति मिनट

इस उदाहरण में न = 64 चक्कर प्रति मिनट चुना गया है।   उत्तर

अभ्यास :

1. यदि एक ड्रिलिंग मशीन को 20 मि०मी० से 8 मि० मी० ड्रिल तक, 16 मी०/मिनट कटिंग स्पीड से चलाया जाए तो इसकी उच्चतम तथा न्यूनतम स्पीड ज्ञात कीजिए ?

    उत्तर : 637 तथा 215 चक्कर प्रति मिनट

2. (1) 25 ϕ पीतल (2) 40 ϕ मृदु इस्पात (3) 250 ϕ ढलवे लोहे की टरनिंग के लिए खराद की स्पीड ज्ञात कीजिए।

    कटिंग स्पीड : (1) पीतल 50 मी०/मिनट
    (2) मृदु इस्पात 22 मी०/मिनट
    (3) ढलवां लोहा 20 मी०/मिनट

    उत्तर : (1) 638 चक्कर प्रति मिनट
    (2) 175 चक्कर प्रति मिनट
    (3) 25.5 चक्कर प्रति मिनट

3. शैल ऐण्ड मिल कटर का व्यास, व = 80 ढलवें लोहे की कटिंग स्पीड स = 20 मी०/मिनट कटर की स्पीड ज्ञात कीजिए।

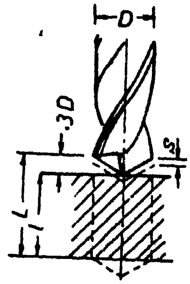
    उत्तर : 80 चक्कर प्रति मिनट

2. **ड्रिल को फीड करना :** टविष्ट ड्रिल हर चक्कर में कुछ मात्रा में काम के अन्दर धँस जाती है। छोटे ड्रिलों में, ड्रिल की ताकत के अनुसार फीड का चयन किया जाता है ϕ क्योंकि ज्यादा फीड देने से ड्रिल टूट जाती है। बड़े ड्रिलों में फीड मशीन की ताकत तथा शक्ति तक सीमित है। निम्न लिखित ड्रिल फीड के लिए सहायक सिद्ध होंगे।

ड्रिल व्यास मि०मी०	$1\frac{1}{2}$	3	5	$6\frac{1}{2}$	10	13	16	19	24
फीड ($\frac{1}{100}$ मि०मी०) प्रति चक्कर	5	$7\frac{1}{2}$	10	$12\frac{1}{2}$	18	22	25	28	30

3. **ड्रिलिंग के लिए मशीनिंग समय :** मशीन का मशीनिंग समय काम करने में लगे समय को कहते हैं। यानि कि वह समय जिसमें ड्रिल का काटने वाला कोना चिप्स (बुरादा) उतारता है।

यदि ल = छिद्र की गहराई
ला = ड्रिल की गहराई
= छिद्र की गहराई + ड्रिल बिन्दु
ला = ल + 0 3 × व
व = ड्रिल का व्यास मि०मी० में
न = चक्कर प्रति मिनट ड्रिल के
स = ड्रिल की फीड मि०मी०/च०प्र०मि०
फीड/मिनट = फीड/च.प्र मि. × च.प्र मि.
= स × न



$मशीनिंग\ समय = \frac{फीड\ दूरी}{फीड/मिनट} = \frac{ल}{स \times न}$ मिनट

उदाहरण 1.

एक 52 मि.मी. छिद्र को, 0.23 मि.मी. फीड और गति 320 च. प्र. मि० ड्रिल करने के लिए समय का अनुमान लगाइए।

(ग्रुप 1, सितम्बर, 1970)

ऊपर से द्वारा 3, 0.3 व हिस्से नकार कर, ला = ल

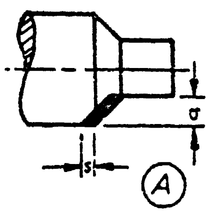
मशीनिग समय $= \frac{ला}{स \times न} = \frac{52}{0.23 \times 320} = 0.7$ मिनट उत्तर

अभ्यास :

1. अगर ऊपर दिए गए चित्र में द्वारा 3 में
   ल = 30; व = 18, स = 0.2/चक्कर तथा न = 300 च.प्र.मि. मशीनिग समय ज्ञात करो।
   उत्तर : 0.59 मिनट

2. मृदु इस्पात में एक 20 मि. मी. व्यास, 80 मि. मी. गहरे छिद्र करने के लिए कितना समय लगेगा (कटिंग स्पीड 15 मी./मिनट तथा फीड 0.28 मि मी./चक्कर लो तथा ड्रिल बिन्दु के लिए 6 मि.मी. लो)
   उत्तर : 1.28 मिनट

4. **टर्निग में फीडकट की गहराई तथा उतारी गई धातु का आयतन :**



लोंगीच्यूडीनल तथा ट्रांसवर्सल टर्निग में टूल कार्य (जॉब) पर एक चक्कर में जितनी लम्बाई पर चलता है उसे फीड कहते हैं। फीड को टूल की गहराई से गुणा करने पर बुरादे (चिप्स) का क्रॉस सैक्शन पता चलता है।

स × अ = क्षेत्रफल

उतारी गई धातु का प्रति मिनट आयतन ज्ञात किया जा सकता है यदि चिप्स क्रास सैक्शन को कटिंग स्पीड से गुणा किया जाए।

उतारी गई धातु का प्रति मिनट आयतन = 1000 × स × क्षे. मि मी.^{3}

यदि स मीटर में हो।

उदाहरण 1.

24 मी./मिनट से टर्निग की जा रही है; कट 3 गहरा है और फीड 0.65 है। धातु उतरने की गति ज्ञात कीजिए।

द्वारा 4, आ = 1000 × स × क्षे.

क्षे. = 3 × 0.65 = 1.95 मि.मी.^{2}

स = 1000 × 24

आ = 1000 × 24 × 1.95

= 46800 मि मी.^{3}

= 46.8 सै.मी ^{3} उत्तर

अभ्यास :

1. उतारी गई धातु का आयतन ज्ञात कीजिए, जब कटिंग स्पीड 20 मी./मिनट फीड 0.8 मि.मी तथा कट की गहराई 3 है।
   उत्तर : 48 सै. मी.^{3}

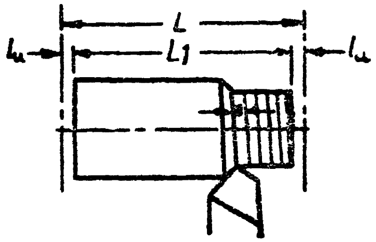
5. **टर्निग के लिए मशीनिंग समय :**

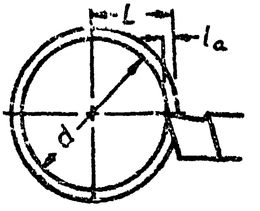
मशीनिंग समय $= \frac{टर्निग\ लम्बाई}{फीड/मिनट} = \frac{ल}{स \times न}$ मिनट

जबकि ल = टर्निंग लम्बाई = काम की लम्बाई ($ल_1$) + शुरू का अलांउंस($ल_{अ}$) + टर्निंग के बाद का अलांउंस (ल ब)

$\therefore$ ल = $ल_1$ + $ल_{अ}$ + $ल_{ब}$, स = फीड मि.मी/चक्कर में

न = च. प्र. मि. $\therefore$ फीड प्रति मिनट = स × न





उदाहरण : व = 80 मि.मि.

$ल_1$ = 490 मि.मी. $ल_{अ}$ = $ल_{ब}$ = 5 मि.मी.

सा = 20 मी./मिनट, स = 0.5 मि.मी./चक्कर

न = 74 च. प्र मि , मशीनिंग समय ज्ञात करो ।

ल = 490 + 5 + 5 + 500 मि मी.

समय $\frac{ल}{स \times न} = \frac{500}{0.5 \times 74}$

= 13 5 मिनट उत्तर

ल = र + $ल_{अ}$

उदाहरण : व = 190 मि.मी., $ल_{अ}$ = 5 मि.मी.

सा = 20 मी /मिनट, स = 0 5 मि.मी./चक्कर

न = 37 च. प्र. मि., मशीनिंग समय ज्ञात करो ।

ल = $\frac{190}{2}$ + 5 = 100 मि.मी.

समय = $\frac{ल}{स \times न} = \frac{100}{0.5 \times 37}$

= 5.4 मिनट उत्तर

अभ्यास :

1. 165 मि मी. लम्बाई, जिसकी फीड 0.38 मि.मी.,कार्य का व्यास 38 मि.मी., 24 मी./मिनट पर है, को टर्न करने का समय ज्ञात कीजिए ।

उत्तर : 2.16 मिनट

2. उदाहरण 1 में धातु उतारने की गति ज्ञात कीजिए जब कट $1\frac{1}{2}$ मि.मी. गहरा हो ।

उत्तर : 13.7 सै.मी^{3}/मिनट

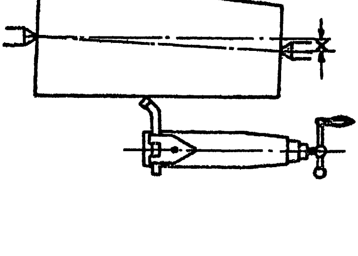
6 टेपर टर्निंग

(क) टेल स्टॉक द्वारा टेपर टर्निंग :

1. काम की लम्बाई, टेपर लम्बाई के बराबर हो ।

टेलस्टाक सैट ओवर

क = $\frac{वा - व}{2}$

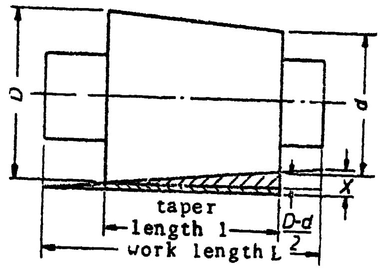


2. टेपर लम्बाई, कार्य लम्बाई का भाग है । सर्वांगसम त्रिभुज की भुजाओं का सम्बन्ध इस प्रकार है :

क : ला = $\frac{वा - व}{2}$: ल $\therefore \frac{क}{ला} = \frac{\frac{वा - व}{2}}{ल}$

जबकि सैट ओवर

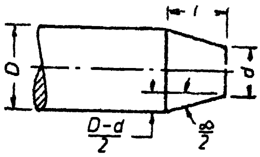
$$क = \frac{वा - व}{2ल} \times ला$$



(ख) **ऊपरी स्लाईड एडजस्मैंट द्वारा टेपर टर्निंग :**
ऊपरी स्लाईड को सैटिंग कोण टेपर कोण के आधे के

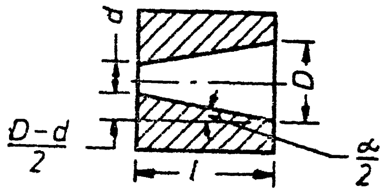
बराबर होता है $= \frac{\alpha}{2}$

कोण $\frac{\alpha}{2}$ जरूर ज्ञात करना चाहिए।



$$आधा\ टेपर = \frac{\frac{वा - व}{2}}{ल}$$

$$= \frac{वा - व}{2 \times ल}$$

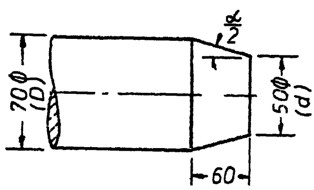


यह कोण $= \frac{\alpha}{2}$ के टैनजेण्ट के बराबर है।

$$\tan \frac{\alpha}{2} = \frac{वा - व}{2 \times ल}$$

उदाहरण 1.

सैटिंग कोण $\frac{\alpha}{2}$ जैसा कि उदाहरण में दिखाया गया है, ज्ञात करो।



$$टैनजेंट \frac{\alpha}{2} = \frac{70 - 50}{2 \times 60} = \frac{20}{120} = 0.165$$

अनुरूपी कोण के लिए टैनजेंट सारणी से, ज्ञात की गई टैनजैंट का मान आवश्य ही लेना चाहिए, उस

सैटिंग कोण $\frac{\alpha}{2} = 9° 24'$

उदाहरण 2.

एक जाब जो कि 310 मि.मी. लम्बी है उसके ऊपर टेपर 1 in 15 काटनी है। टेल स्टाक की सैट औवर ज्ञात करो।

जाव की लम्बाई पर कुल टेपर $= \frac{310}{15} = 20.66$ मि.मी.

टेल स्टाक सैट ओवर $= \frac{20.66}{2} = 10.33$ उत्तर

उदाहरण 3.

एक जाब जो कि 185 मि.मी लम्बी है उस के ऊपर 15% टेपर काटनी है। सैट ओवर ज्ञात करो।

185 का 15% $= \frac{185 \times 15}{100} = 27.75$ मि. मी.

इसलिए सैट औवर $= \frac{27.75}{2} = 13.9$ मि. मी.

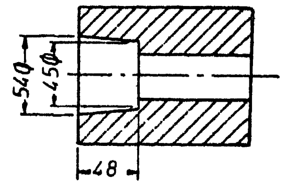
उत्तर : 13.9 मि. मी.

अभ्यास :

1. एक जाब जिस की कुल लम्बाई 190 मि.मी है, उसके ऊपर 7° का टेपर काटना है। टेल स्टाक की सैट ओवर ज्ञात करो।

   उत्तर : 11.63 मि.मी.

2. किस कोण पर खराद की कम्पाउंड स्लाईड सैट की जाए ताकि टेपर होल किया जा सके, जैसा कि चित्र में दिखाया है।



उत्तर : $5^{\circ}\ 21'$

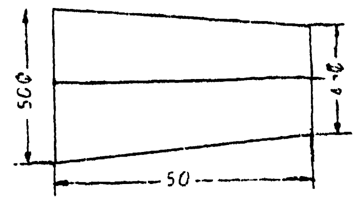
3. ज्ञात करो :

(अ)

(ब) कम्पाऊंड कांगल सैटिंग

उत्तर : (अ) 1 in 20

(ब) $5^{\circ}\ 44'$



आरटीकल 7. **खराद पर चूड़ियां काटना।**

निम्नलिखित सूत्र से थ्रैड कटिंग ओपरेशन के दौरान, गीयर रेशो निकाली जाती है।

$$\frac{\text{ड्राईविंग गीयर } ग_1 \text{ के टीथ}}{\text{ड्रिवन गीयर } ग_2 \text{ के टीथ}} = \frac{\text{ल थ्रैड की लीड}}{\text{व लीड स्क्रयू की लीड}} = \boxed{\frac{ग_1}{ग_2} = \frac{ल}{व}}$$

सिंगल स्टार्ट थ्रैड के लिए लीड = पिच, लेकिन बहुत सारे थ्रैड स्टार्ट के लिए लीड = पित्त × स्टार्ट की संख्या।

चेन्ज गीयरज़ के सैट 3 ऐसी गीयरज़, जिनमें दांतों की संख्या निम्नलिखित है : 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 55, 60, 65, 70, 75, 80, 85, 90, 95, 100, 110, 120, 125, 127 (हर एक सैट में दो संख्याऐं)

लीड स्क्रयू इन्चों या मिलीमीटरों में होती है। लीड का स्टैंडर्ड बनाया जाता है। और इन्हें मीट्रिक लीड स्क्रयू में 4 मि मी., 6 मि.मी, 12 मि.मी. तथा 24 मि.मी, तक बनाया जाता है।

ईंचों के लीड स्क्रयू में 1″ और ½″ की लीड होती है।

उदाहरण :

लीड स्क्रयू का लीड मिलीमीटर का है और जाब की लीड भी मि.मी. है।

उदाहरण 1. थ्रैड की लीड = 2 मि.मी., लीड स्क्रयू की लीड = 6मि. मी.

$$\frac{ग_1}{ग_2} = \frac{ल}{व} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \text{(1 से 3)}$$

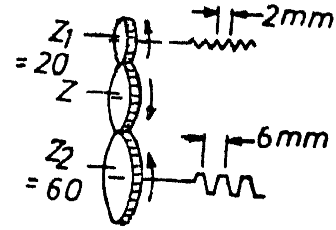
भिन्न ⅓ को उपयुक्त संख्याओं में बदला जाता है ताकि उपयुक्त गीयर मिले।

$$\frac{ग_1}{ग_2} = \frac{ल}{व} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} = \frac{20}{60} \text{ or } \frac{30}{90} \text{ इत्यादि}$$

(20 से 60)

$ग_1 = 20$ टीथ, $ग_2 = 60$ टीथ या $ग_1 = 30$ टीथ, $ग_2 = 90$ टीथ

ग एक आइडलर गीयर है जिसके टीथ की संख्या उपयुक्त है

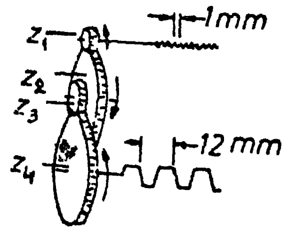


उदाहरण 2. थ्रैड की लीड = 1 मि.मी., लीड स्क्रयू की लीड = 12 मि.मी.

$$\frac{ग_1}{ग_2} = \frac{ल}{व} = \frac{1}{12}$$

यहां पर गीयर के उचित जोड़ नहीं है जो हमें अनुपात $\frac{1}{12}$; दे ये इसलिए दो व्यंजकों में बदल जाता है और प्रत्येक उचित संख्या से गुणा किया जाता है।

$$\frac{1}{12}=\frac{1}{4}=\frac{1}{3}=\frac{20}{80}\times\frac{30}{90}$$



दो गियर सैट का बदलता परिणाम है।
(कमपाऊंड गियरिंग)

$\frac{Z_1}{Z_2}=\frac{20}{80}$ और $\frac{Z_3}{Z_4}=\frac{30}{90}$

ड्राइविंग गीयर = $Z_1 \& Z_3$ $\quad Z_1=20\ Z_3=30$

ड्रिवन गीयर = $Z_2 \& Z_4$ $\quad Z_2=80\ Z_4=90$

अभ्यास :

1. निम्नलिखित पिचिस 6 मि.मी p लीड स्क्रयु पर काटने से चेंस व्हील ज्ञात करो (क) 0.8 मि.मी. (ख) 1.75 मि. मी. (ग) 3.5 मि.मी (घ) 10 मि.मी. में 9 थ्रेड (ङ) 0.8 मि.मी. 3 स्टार्ट।

आर्टीकल 8. **मिलिंग के लिए फीड और मशीनिंग समय :** मिलिंग आपरेशन के लिए, फीड का अर्थ है फीड का अनुपात मि मी./मिनट ये मि मि. में दूरी है जो मिलिंग मशीन सारणी और इसलिए वर्कपीस की एक मिनट में गति करती है।
मिलिंग के लिए मशीनिंग समय ज्ञात करो

$$\text{मशीनिंग समय} = \frac{\text{मिलिंग टबल की चलने की दूरी (मि. मी.)}}{\text{(फीड का अनुपात मि. मी./मिनट)}}$$

$$t_n = \frac{L}{s} \text{ मिनट}$$

चलने की दूरी (L) वर्कपीस (l) की लम्बाई पर निर्भर करती है फीड अलायन्स और ओवर ट्रैवल (l_a और l_u)

उदाहरण : एक St 42 की स्ट्रीप जिस की लम्बाई 250 मि. मी. है उसे पलेन मिलिंग द्वारा एक मिलिंग किया जाना है। मशीनिंग समय ज्ञात करो।

दिया है : $l_a=30$ मि.मी., $l_u=5$ मि.मी., फीड का अनुपात = 100 मि.मी./मिनट

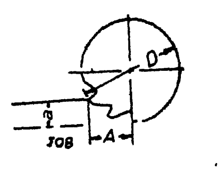
यहा, $L=l+l_a+l_u=250$ मि.मी. + 30 मि.मी + 5 मि.मी. = 285 मि.मी.,

$$t_n=\frac{L}{5}=\frac{285 \text{ मि.मी.}}{100 \text{ मि.मी./मिनट}} = 2.85 \text{ मिन्ट उत्तर}$$

अभ्यास

1. अ का मूल्य ज्ञात करो

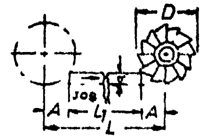
व्याम मि. मी.	क मि. मी.
50	2



(पायथयागोरस प्रेमय का प्रयोग करते हुए)

उत्तर : 9.8 मि. मी.

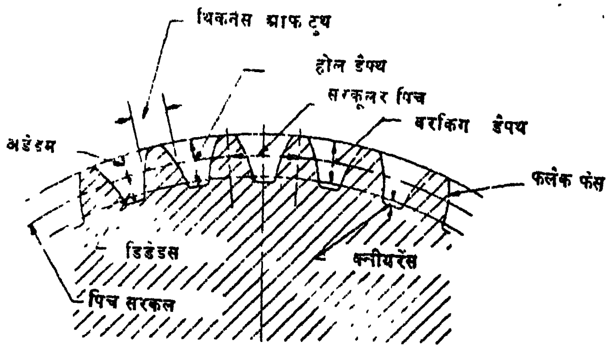
2. कटर ल की गति प्रोफाईल मिलिंग से ज्ञात की है । मशीनिंग समय ज्ञात करो अगर फीड (feed) 100 मि. मी./मिनट है ।



$ल_1$ मि. मी.	व्यास मि. मी.	क मि. मी.	अ मि. मी.	ल मि. मी.
120	50	2	?	?

उत्तर : अ = 9.8; ल = 139.6; समय = 1.4 मिनट

आर्ट-9 गियर ज्ञात करो ।



गियर के चिह्न

सपर गियर टीथ प्रोपोरशन इन इन्डियन स्टैंडर्ड सिस्टम इन टार्मज आफ़ मोडयूल (m) & नम्बर आफ टीथ (Z) आई. एम : 2467-1963

टूथ एलिमेंट का नाम	चिह्न	गीयर टूथ प्रोपोरशनज (प्रैशन ऐंगल 20°)
सरकुलर पिच	P	πm
पिच डायेमीटर	d′	Zm
अडेंडम	ha	m
डिडेंडम	hf	1.25 m
वर्किंग डैप्थ	2ha	2m
टूथ डैप्थ	h	2.25
आऊट साईड डायेमीटर	d′ + 2ha	m (2+2)
टूथ थिकनैस	S	1.5708 m
कलीयरेंस	hf - ha	0.25m

युनिट का माप मि. मी. ही लेकर हल करें ।

सपर गीयर टीथ प्रोपोरशनज इन अमेरिकन स्टैंडर्ड सिस्टम इन टरम आफ़ डायामीटरल पिच (DP) नम्बर आफ़ टीथ (N)

टुथ एलिमैंट का नाम	चिह्न	गीयर टुथ प्रोपोरशनज $14\frac{1}{2}°$ प्रैशर ऐंगल	गीयर टुथ प्रोपोरशनज $20°$ प्रैशर ऐंगल
सरकुलर पिच	P	$\frac{\pi}{DP}$	$\frac{\pi}{DP}$
पिच डायामीटर	PD	$\frac{N}{DP}$	$\frac{N}{DP}$
अडेंडम	S	$\frac{1}{DP}$	$\frac{0 8}{DP}$
डिडेंडम	S + f	$\frac{1.157}{DP}$	$\frac{1}{DP}$
वरकिंग डैप्थ	D	$\frac{2}{DP}$	$\frac{1.6}{DP}$
टुथ डैप्थ	D + f	$\frac{2.157}{DP}$	$\frac{1.8}{DP}$
आऊट साईड डायामीटर	PD + 2S	$\frac{N+2}{DP}$	$\frac{N+1.6}{DP}$
टुथ थिकनैस	—	$\frac{1.5708}{DP}$	$\frac{1.5708}{DP}$
कलीयरेंस	f	$\frac{0.157}{DP}$	$\frac{0.2}{DP}$

यूनिट का माप ईंच लेकर हल करें

उदाहरण-1 :

एक टुटी हुई गीयर का बाह्य व्यास 150 मि. मी. है। गीयर के 45 दान्ते है। डायामीटरल पिच तथा टोटल डैप्थ ज्ञात करो। अपरेंटिस परीक्षा ग्रुप 1, सितम्बर, 1970

बाह्य व्यास = 150 मि. मी. = 5.9 इंच

आर्टीकल 9 द्वारा :

(DP = डायामीटरल पिच)

$$\text{बाह्य व्यास } 5.9'' = \frac{45+2}{DP}$$

$$\therefore \text{ डायामीटरल पिच } = \frac{47}{5 9} = 8 \text{ उत्तर}$$

$$\text{कुल डैप्थ} = \frac{2.157}{\text{डायामीटरल पिच}} = \frac{2.157}{8} \text{ इंच}$$

$$= \frac{2.157}{8} \times 25.4 \text{ मि. मी.}$$

$$= 6.84 \text{ मि. मी. उत्तर}$$

नोट यदि एक गीयर के टीथ और मोडयूल या डायामीटरल पिच पता हो तो अति आवश्यक गीयर के नाम पता किये जा सकते हैं।

अभ्यास :

एक गीयर की निम्नलिखित पैमाईश ज्ञात करें, जब कि मोडयूल 2 हो और गीयर के दान्ते 30 हों।

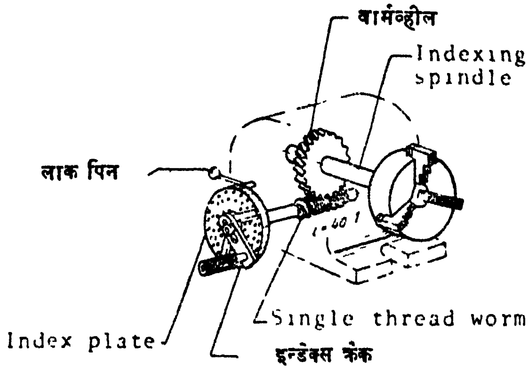
(i) पिच (ii) पिच सरकल डायामीटर (iii) अडेंडम (iv) डिडेंडम (v) टुथ डेप्थ (vi) बाह्य व्यास

उत्तर : (i) 6.28; (ii) 60; (iii) 2; (iv) 2.5; (v) 4.5; (vi) 64

आर्टीकल-10

डीवाइडिंग हैड

इमका प्रयोग विभिन्न प्रकार के विभाजन कार्य के लिए किया जाता है। हाऊसिंग में, एक वार्म गीयर अनुपात 40.1 से लगाया जाता है। इन डैकसिंग करैंक के समीप ही. इन्डैकम प्लेट में, सुराखों की बहुत सी गिनती वृतों में की होती है।



क्योंकि हैड की गीयर का अनुपात 40 : 1 है, क्रैंक के 40 चक्कर स्पिडल का एक चक्कर बनाते है या क्रेंक का एक चक्कर स्पिडल का $\frac{1}{40}$ चक्कर घुमाता है। इन्डैक्स प्लेट सहित इस के सुराखों का कार्य, क्रैंक के चक्कर को फिर विभाजित करना है। सुराखों की रेंज जितनी अधिक होगी उतना ही अधिक विभाजन होगा, एक खास इन्डैक्सिग के ढंग में।

इन्डैक्स प्लेटों का आदर्श सैट निम्नलिखित सुराखों की सख्या रखता है।

I	15	16	17	18	19	20
II	21	23	27	29	31	33
III	37	39	41	43	47	49

इन्डैक्सिग के विभिन्न ढंग :

(i) साधारण इन्डैक्सिग
(ii) कम्पाऊंड इन्डैक्सिग
(iii) डिफरैन्शियल इन्डैक्सिग
(iv) एंगुलर इन्डैक्सिग

आरटीकल :—10.1 **साधारण इन्डैक्सिग**

इन्डैक्सिग के लिए क्रैंक के चक्करों की संख्या (nk) $= \frac{40}{\text{विभाजित सख्या (N)}}$

$$n_k = \frac{40}{N}$$

यदि क्रैंक की मूवमैंट जो कि ऊपर के सूत्र के द्वारा प्राप्त की गई है एक पूरी संख्या नहीं है तो ऊपर दिये गए सैट से आवश्यक इन्डैक्स प्लेट चुन लेनी चाहिये।

अभ्यास : एक षट भ्ज की मिलिंग की जानी है। मिलिंग के लिए कितने चक्कर बनाने पड़ेंगे ?

यहां पर N = 48, ऊपर दिया गया सूत्र लगाने पर $nk = \frac{40}{6} = 6\frac{2}{3} = 6\frac{14}{21}$ or $6\frac{16}{24}$

∴ 6 पूरे चक्कर + 14 सुराख 21 वृत्त में)

या 16 सुराख 24 वृत में) उत्तर

उदाहरण 2 : 48 विभाजन के लिए आवश्यक इन्डेक्सिग करें।

यहां पर N = 48, ऊपर दिया गया सूत्र लगाने पर $nk = \frac{40}{48} = \frac{5}{6} = \frac{15}{18}$ या $\frac{20}{24}$

∴ 15 सुराख 18वें वृत में या 20 सुराख 24वें वृत में। उत्तर

अभ्यास :

सपर मीयरज के निम्नलिखित दान्ते काटने के लिए डीवाईनिंग हैड को सैंट करो।

(क) 10, (ख) 28, (ग) 30, (घ) 62

उत्तर : (क) 4; (ख) $1\frac{9}{21}$ या $1\frac{18}{42}$ (ग) $1\frac{7}{21}$; (घ) $\frac{40}{62}$ या $\frac{20}{31}$

10.2 **कंपाऊंड इंडेक्सिग :** तब प्रयोग की जाती है जब एच्छिक विभाजन मौजूद छिद्र वृत की क्षमता से बाहर होता है। आम तौर पर इंडेक्स प्लेट को बांधा जाता है ताकि वो पलंजर, जो कि छिद्रों के किसी एक वृत में लगा हुआ है, से न हिल सके। कंपाऊंड इंडेक्सिग का सिद्धान्त एच्छिक विभाजन को दो हिस्सों में प्राप्त करना है :

* आमतौर से क्रैंक की चाल से

* इंडेक्स प्लेट को घुमा कर अगली चाल जमा करना या घटाना तथा पलन्जर को बांध कर नियन्त्रित करना।

कम्पाऊंड इंडेक्सिग के लिए सूत्र :-

$$\boxed{\frac{40}{ना} = \frac{न_1}{ना_1} \pm \frac{न_2}{ना_2}}$$

जबकि ना = एच्छिक विभाजन

$ना_1$ = क्रैंक पिन द्वारा प्रयोग किया गया छिद्र वृत

$ना_2$ = लॉक पिन द्वारा प्रयोग किया गया छिद्र वृत

$न_1$ = क्रैंक पिन द्वारा $ना_1$ छिद्र वृत में छिद्रों की दूरी

$न_2$ = प्लेट तथा क्रैंक पिन द्वारा $ना_2$ छिद्र वृत में छिद्रों की दूरी

(1) ऐच्छिक विभाजन को टुकड़ों में बांटिये।

(2) कोई भी दो छिद्र वृत चुनिये।

(3) एक वृत के छिद्रों की संख्या को दूसरे में से घटाइये।

(4) अन्तर के टुकड़े बनाओ।

(5) ऐच्छिक विभाजन के ठुकड़ों को तथा अन्तर के टुकड़ों को एक क्षैतिज रेखा पर रखो।

(6) स्पिंडल के एक चक्कर (40) के लिए आवश्यक क्रैंक के लिए चक्करों के टुकड़े बनाओ तथा चुने गये छिद्र वृतों के टुकड़े बनाओ।

(7) इन नये तीन टुकड़ों को क्षैतिज रेखा के नीचे रखो।

(8) ऊपर तथा नीचे के एक जैसे टुकड़ों को काट दीजिए। यदि रेखा के ऊपर के सभी टुकड़े रेखा के नीचे के टुकड़ों से कट जाते हैं तो चुंने गये दो वृतों को इंडेक्सिग के लिए प्रयोग किया जा सकता है। यदि रेखा के ऊपर के सभी टुकड़े पूरी तरह से नहीं कट सकते तो प्रयोग हेतु हल करने के लिए दो अन्य वृत चुनने चाहिए।

(9) जो टुकड़े रेखा के नीचे बगैर काटे रह जाएंगें, वृत छिद्र में दूरी मालूम करने के लिए, उनको गुणा करने पर निकाली जा सकती है जो कि दो इंडेक्सिग मूयमैंटस में चलानी है।

उदाहरण-1 : कम्पाऊंड इंडैक्सिग द्वारा 69 हिस्सों को इंडैक्स करो। द्वारा 10.2, सूत्र का प्रयोग करके

$$\frac{40}{69} = \frac{न_1}{ना_1} \pm \frac{न_2}{ना_2}$$

$न_1$, $ना_1$, $न_2$ तथा $ना_2$ का मान ज्ञात करने के लिए

1) 69 = 23 × 3
2) 23 तथा 33, इंडैक्स वृत चुने जाते हैं।
3) 33 − 23 = 10
4) 10 = 2 × 5
5) 69 = 23 × 3
   10 = 2 × 5

6) 40 = 2 × 2 × 2 × 5
   23 = 23 × 1
   33 = 3 × 11

7, 8) 69 = 23 × 3
   10 = 2 × 5
   40 = 2 × 2 × 2 × 5
   23 = 23 × 1
   33 = 3 × 11

जबकि क्षैतिज रेखा के ऊपर वाले सभी टुकड़े काटे जा सकते है। इसलिये 23 तथा 33 छिद्र वृत, इंडैक्सिग के लिए प्रयोग किये जा सकते हैं। इसलिए $ना_1 = 23$ तथा $ना_2 = 33$

9) 2 × 2 × 11 = 44

इंडैक्सिग के लिए छिद्रों में अन्तर का नम्बर 44 है। अब सूत्र को दुबारा हल किया जा सकता है :

$$\frac{40}{69} = \frac{44}{28} - \frac{44}{33} = 1\frac{21}{23} - 1\frac{11}{33} = \frac{21}{23} - \frac{11}{33}$$

इसलिए 69 हिस्सों की इन्डैक्सिग के लिए इंडैक्स क्रैंक को 23 छिद्र वृत मे 21 छिद्र आगे बढ़ाना चाहिए तथा तब प्लेट और क्रैंक को एक साथ 33 छिद्र वृत में 11 छिद्र पीछे करना चाहिए।

अभ्यास :

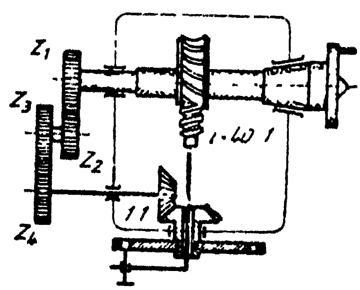
1. निम्नलिखित हिस्सों के लिए उचित कम्पाऊंड इन्डैक्सिग कीजिए :—

   (क) 51 (ख) 63 (ग) 87

   उत्तर : (क) $\frac{2}{17} + \frac{12}{18}$; (ख) $\frac{4}{21} + \frac{12}{27}$; (ग) $\frac{23}{24}$ $\frac{9}{27}$

   (भिन्नों के अंश छिद्रों को तथा हर छिद्र व्यास को प्रदर्शित करते हैं)

10.3 डिफरैंशियल इन्डैक्सिग :—



जो हिस्से साधारण या कम्पाऊंड इन्डैक्सिग से नहीं किये जा सकते, वो डिफरैंशियल इंडैक्सिग से, चेंज गियरस की सहायता से किये जा सकते हैं। डिफरैंशियल इंडैक्सिग में, इंडैक्स प्लेट ढीली रखी जाती है। यह एक समय आगे या पीछे चाल इंडैक्स स्पिडल से चेंज गियरस के द्वारा प्राप्त करती है। चेंज गीयरस के दांत हल करके निकाले जा सकते हैं।

(i) चेंज गियरस का गियर अनुपात निम्नलिखित सूत्र से निकाला जा सकता है :—

$$गियर\ अनुपात = \frac{(अ - न) \times 40}{अ}$$

जबकि, न = ऐच्छिक विभाजन संख्या

अ = ऐच्छिक संख्या जो साधारण इन्डैक्सिग से इन्डैक्स किया जा सकता है तथा संख्या लगभग न के बराबर है।

(ii) ऊपर निकाली गई गीयरिंग अनुपात में, भिन्नों के हर को इंडैक्स हैड स्पिडल के ड्राईविंग गियर को प्रदर्शित करते हैं तथा अंश इंडैक्स प्लेट के डरिवन गियर को प्रदर्शित करते हैं।

(iii) इंडैक्स क्रैंक मूवमैंट $= \frac{40}{न}$, जबकि न चुनी गई संख्या है। पूरे कार्य के विभाजन के लिए इंडैक्स क्रैंक को, ऊपर दिए हुए सूत्र में मात्रा को न बार घुमाना पड़ेगा।

(iv) इंडैक्स क्रैंक तथा इंडैक्स प्लेट को एक ही दिशा में या विपरीत दिशा में घुमाना चाहिए जो कि गीयरिंग अनुपात की किस्म तथा चुनी गई संख्या अ पर निर्भर करता है।
यदि (अ − न) धन (+) है तो इंडैक्स प्लेट को क्रैंक की दिशा में ही घुमाना चाहिए तथा यदि (अ — न) ऋण (−) है तो इंडैक्स प्लेट को क्रैंक की दिशा के विपरीत घुमाना चाहिए।
इन शर्तों को पूरा करने के लिए, उचित संख्या में आइडलर गियरस प्रयोग किये जाते हैं।

उदाहरण 1. 53 हिस्सों को इंडैक्स कीजिए।
यहां चुनिये अ = 56, संख्या 53 के निकटतम हो तथा प्लेन इंडैक्सिग से इंडैक्स की जा सके।

(1) गियर अनुपात $= \frac{(अ — न) \times 40}{अ} = \frac{(56 — 53) \times 40}{56} = \frac{45}{21} = \frac{9 \times 5}{3 \times 7} = \frac{72}{24} \times \frac{40}{56}$

(2) इसलिए, ड्राइवर स = 72, 40
तथा डरिवन = 24, 56

(3) क्रैंक मूवमैंट $\frac{40}{अ} = \frac{40}{56} = \frac{5}{7} = \frac{5 \times 3}{7 \times 3} = \frac{15}{21}$
क्रैंक को 53 बार, 15 छिद्र, 21 छिद्र वृत में घुमाना पड़ेगा।

(4) जबकि (अ − न) धन (+) है तथा गीयरिंग अनुपात कम्पाऊंड है इसलिए कोई भी आइडल गियर की आवश्यकता नहीं है, प्लेट को क्रैंक की दिशा मे घुमाना चाहिए।

अभ्यास :

1. डिफरैंशियल इंडैक्सिग द्वारा निम्नलिखित की उचित इंडैक्सिग तथा गियरस ज्ञात कीजिए :—
(क) 97, (ख) 83

उत्तर : (क) 13 छिद्र, 33 वृत में; गीयर अनुपात $\frac{33}{44} \times \frac{64}{48}$; प्लेट को क्रैंक की दिशा में घुमाना है।
(ख) 20 छिद्र, 43 वृत में, गीयर अनुपात $\frac{72}{24} \times \frac{40}{86}$; प्लेट को क्रैंक की दिशा में ही घुमाना है।

10.4 एंगुलर (कोणीय) इंडैक्सिग

यह तब प्रयोग की जाती है जब एक कोण को इंडैक्स करना हो। क्योंकि क्रैंक का एक चक्कर स्पिंडल को $\frac{1}{40}$ चक्कर घुमाता है। कार्य के मध्य पर कोण क्रैंक के एक चक्कर $\frac{360}{40} = 9°$ के बराबर होता है, इसलिए किसी भी कोण के लिए क्रैंक घूमती है :

$$= \frac{\text{ऐच्छिक कोण डिग्रियों में}}{9°}$$

$$= \frac{\text{ऐच्छिक कोण मिन्टों में}}{540'}$$

उदाहरण-1 : 29°20′ कोण इंडैक्स कीजिए।
$29°20' = 1760'$

∴ ऊपरलिखित के लिए क्रैंक मूवमैंट $= \frac{1760}{540} = 3\frac{7}{27}$
= 3 पूरे चक्कर तथा 7 छिद्र 27 छिद्र वृत में

अभ्यास

1 निम्नलिखित कोणो के लिए इंडेक्सिग ज्ञात कीजिए :

(क) 19° 40′ (ख) 15° 30′

उत्तर : (क) 2 पूरा चक्कर तथा 5 छिद्र 27 छिद्र वृत में

(ख) 1 पूरा चक्कर तथा 13 छिद्र 18 छिद्र वृत में

11 हेलिकल (घुमौवा) स्लॉटस तथा की वे (key ways) की मिलिंग :

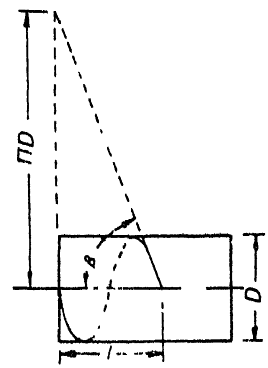
घुमावदार या पेचदार मिलिंग में, काम को इसके लोंगिच्यूडीनल अक्ष → के साथ साथ चलाया जाता है जबकि साथ में ही एक और कोणिय गति ⇄ दी जाती है, परिणाम स्वरूप कटर घुमावदार गड्ढा (स्लाट) बनाता है । दोनों तरह की गतियां ⇄ टेबल फीड स्पिडल से दी जाती है। यह कार्य को इसके लोगीच्यूडीनल अक्ष के साथ-साथ चलाता है जबकि उसी समय एक गीयरों का सैट डिवाइडिंग हैड स्पिडल तथा टेबल फीड पेच के बीच में लगाया जाता है ताकि कोणिय गति दी जा सके। इंडैक्स प्लेट को ढीला कर दिया जाता है ताकि स्पिडल को घुमाया जा सके। काम को चक्क में बांधा जाता है तथा मेज (टेबल) को हैलिक्स कोण के बराबर घुमाया जाता है।

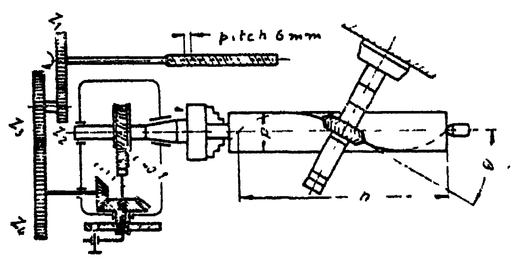
1. हैलिक्स कोण या टेबल कोण के लिए सूत्र दिया जाता है।

$$\tan\beta = \frac{\text{ग}\,\text{व}}{\text{ल}}$$

जबकि, व = कार्य का व्यास

ल = हैलिक्स की लीड (lead)





2. गीयर अनुपात के लिए सूत्र :

$$\text{गीयर अनुपात} = \frac{\text{ड्राईवर}}{\text{डखिन}} = \frac{\text{ग}_1 .\ \text{ग}_3 .}{\text{ग}_2 .\ \text{ग}_4}$$

$$\frac{\text{टेबल स्पिडल की लीड } (\text{ल}_\text{ट}) \times \text{कार्य को एक चक्कर घुमाने के लिए क्रैंक के चक्कर } (40)}{\text{ऐच्छिक हैलिक्स की लीड } (\text{ल}_\text{ह})}$$

$$\therefore \text{गीयर अनुपात} = \frac{40\,\text{ल}_\text{ट}}{\text{ल}_\text{ह}}$$

एक मुख्य चेंज गीयरस के सैट में 24, 24, 28, 32, 36, 40, 44, 48, 56, 64, 72, 86 तथा 100 दांतों वाले गीयरस होते हैं।

उदाहरण 1 : एक जॉब 40 ϕ तथा लीड 450 पर हैलिकल ग्रूव काटने के लिए गीयर अनुपात तथा टेबल सैटिंग कोण ज्ञात कीजिए। मिलिंग मशीन के स्पिडल कीं पिच 6 मि. मी. है।

टेबल सैटिंग कोण के लिए, सूत्र 1 की सहायता से

$$\tan \beta = \frac{\pi व}{ल} = \frac{3.14 \times 40}{450} = 0.2796 \quad \therefore \beta = 15^\circ 31' \text{ (tan सारणी से)}$$ उत्तर

सूत्र 2 की सहायता से

$$\text{गीयर अनुपात} = \frac{ग_1 . ग_3}{ग_2 . ग_4} = \frac{40\ ल_ट}{ल_ह} = \frac{6 \times 40}{450} = \frac{2 \times 4}{5 \times 3} = \frac{40 \times 32}{100 \times 24}$$ उत्तर

उदाहरण-2 :

गीयर अनुपात तथा हैलिक्स कोण ज्ञात कीजिए यदि (क) कार्य का व्यास 42, (ख) लीड $26\frac{1}{4}''$ तथा (ग) मिलिंग मशीन टेबल की पिच $\frac{1}{4}''$ द्वारा 11, सूत्र 1, हैलिक्स कोण दिया जाता है।

$$\tan \beta = \frac{\pi व}{ल} = \frac{3.14 \times 42}{667} \quad (26\tfrac{1}{4}'' = 667 \text{ मि. मी.})$$

$$= 0.1977$$

$$\therefore \beta = 10^\circ 11' \text{ (tan सारणी से)}$$ उत्तर

$$\text{गीयर अनुपात} = \frac{ग_1 . ग_3}{ग_2 . ग_4} = \frac{40ल_ट}{ल_ह} = \frac{\frac{1}{4}'' \times 40}{26\frac{1}{4}''} = \frac{\frac{40}{4}}{\frac{105}{4}} = \frac{8}{21} = \frac{2 \times 4}{3 \times 7}$$

$$= \frac{24 \times 32}{36 \times 56}$$ उत्तर

अभ्यास :

1. एक हैलीकल गीयर, जिसका पिच व्यास 288 तथा हैलिक्स कोण 45° हैं, की मिलिंग के लिए निम्नलिखित ज्ञात कीजिए :

(क) टेबल कोण, (ख) लीड तथा (ग) गीयर अनुपात।

माना कि लीड स्क्रयू की पिच 6 है।

उत्तर : (क) 45°

(ख) 905.8

(ग) $\frac{32 \times 24}{40 \times 72}$ (905.8 के बजाय 900 लीड लेकर)

2. **फोर्जिंग**

फोर्जिंग में घटौती गुणनखंड (रिडक्शर फैक्टर) :

फोर्जिंग में घटौती गुणनखंड, स्टॉक के टुकड़े तथा तैयार फोर्जिंग, के क्रॉस सैक्शनल क्षेत्रफलों के अनुपात को समझा जाता है। घटौती गुणनखंड जितना ज्यादा होगा, कण भी उतने अच्छे होंगे तथा फोर्जिंग का

$$\text{इसलिए घटौती गुणनखंड (घ. ग.)} = \frac{\text{स्टॉक का क्षेत्रफल (क्षे. स)}}{\text{फोर्जिंग का क्षेत्रफल (क्षे. फ)}}$$

$$\boxed{\text{घ. ग.} = \frac{\text{क्षे. स}}{\text{क्षे. फ}}}$$

उदाहरण 1. एक फोर्जिंग का घटौती गुणनखंड ज्ञात करो जब वो 300×300 से 200×200 तक बनाई जाए।

क्षे. फोर्ज $= 200 \times 200 = 40000$ वर्ग मि.मी.

तथा क्षे. स्टाक $= 300 \times 300 = 90000$ वर्ग. मि.मी.

$\therefore$ घटौती गुणनफल (घ.ग.) $= \frac{90000}{40000} = 2.25$ उत्तर

अभ्यास :

1. घटौती गुणनखंड ज्ञात कीजिए जबकि एक गोल छड़ 40ϕ को 25ϕ में बनाया जाए।

उत्तर : 2.56

आरटीकल-13 **वैल्डिंग**

आरटीकल 13.1. **वैल्डिंग के दौरान पैदा किया गया ताप**

वैल्डिंग के समय पैदा किया गया ताप इस प्रकार निम्नलिखित सूत्र द्वारा दर्शाया जाता है।

सूत्र : $H = kIVT$ कैलौरी

जहां कि, k एक कान्सटैंट है, ताप के क्षय होने के कारण सूत्र में रखा है और आमतौर पर इसका मान 0.24 है।

I = धारा एम्पियर में ।

V = वोल्टेज वोल्टज़ में ।

t = समय सैकिंड में ।

उदाहरण-1 : एक बिजली की आरक एक घण्टे के लिए चलाई गई है, धारा = 200 एम्पियर तथा वोल्टेज = 20 वोल्ट। कितना ताप पैदा किया गया ?

हमें आरटीकल 13.1 से प्राप्त है।

$H = kIVT$, $k = 0.24$ लेते हुए

हमें प्राप्त है; $H = 024 \times 200 \times 20 \times 3600 = 3456$ किलो कैलौरी (उत्तर)

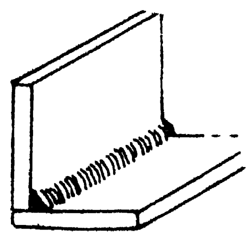
अभ्यास : यदि एक आरक को 15 मिनट तक रखा जाता है और धारा I = 100 एम्पियर तथा वोल्टेज V = 12 वोल्टज, पैदा किया गया ताप ज्ञात करो (k = 024) उत्तर : 259 2 कि. कैलौरी

आरटीकल-13.2 : **वैल्डिंग का मूल्य ज्ञात करना**

धातुओं को जोड़ने के लिए वैल्डिंग ही एक ऐसा ढंग जो दूसरी विधियों से सस्ता है। वैल्डिंग के लिए बहुत से ढंग हैं। वैल्डिंग का सही ढंग चुनने से वैल्डिंग का कम से कम खर्च आ सकता है।

$$\text{वैल्ड के इलैक्ट्रोड का प्रति मीटर मूल्य} = \frac{(\text{वैल्ड की प्रति मीटर किलो डिपोज़िट}) \times \text{इलैक्ट्रोड की प्रति मीटर कीमत}}{\text{डिपोजिट की गई धातु की दक्षता}}$$

$$\text{गैस का मूल्य} = \frac{\text{प्रति घंटा क्यूबिक मीटर गैस का प्रवाह} \times \text{गैस का मूल्य प्रति क्यूबिक मीटर}}{\text{चाल की गति प्रति घण्टा मीटर में}}$$



उदाहरण-1 : वेल्ड के प्रति मीटर वैल्डिंग का मूल्य ज्ञात करो जैसा कि चित्र में दिखाया गया है। यदि वैल्ड की किलो में डिपोजिट प्रति मीटर, 0.3. इलैक्ट्रोड का मूल्य प्रति किलो 16 रुपये है।
डिपोजीशन मैटल की दक्षता 0.8.

इलैक्ट्रोड का मूल्य प्रतिमीटर $= \frac{0.3 \times 16}{0.8} = 6$ रुपये उत्तर

अभ्यास :

1. 6 फिलेट की जिनकी लम्बाई 5 मी. वैल्डिंग करने का मूल्य ज्ञात करो। यदि प्रति कि. ग्रा. डिपोज़िट के प्रति मीटर वैल्ड = 0.ं, कीमत/कि. ग्रा इलैक्ट्रोड की 28 रुपये, धातु की डिपोसिट की दक्षता 0.7. उत्तर 100 रुपये

2. लोहे की बनावट को असेटलीन द्वारा वैल्ड करने की कीमत ज्ञात करो। यदि गैस का प्रवाह 0.6 मीटर^3/घण्टा है यदि गति = 5 मीटर/घण्टा तथा गैस की कीमत 40 रु०/मीटर^3 उत्तर : 48 रुपये

आरटीकल-14 : शीट धातु का काम

खाली घेरा : किसी खाली स्थान की बढ़ी हुई लम्बाई ज्ञात करने के लिए हमें सीधे सैक्शन की लम्बाई को ज्ञात करना होता है। चाप में संक्षिप्त लम्बाई की राशि या लम्बाई प्राकृतिक अवस्था के साथ। खाली लम्बाई 'स' ज्ञात की जा सकती है। 90° बेंड सूत्र से काम के द्वारा।

$$\boxed{स = म_1 + म_2 - क}$$

जहां $म_1$ और $म_2$ = काम की सीधे सैक्शन की लम्बाईयां है, मि० मी०

क = चाप में ब्लैंक कटौती का मान, मि० मी०

ब्लैंक कटौती का मान ज्ञात करना मुड़े हुए रेडियस और काम की मोटाई पर निर्भर करता है।

$$\boxed{क = \frac{र}{2} + श}$$

जहां पर र = मुड़ी हुई त्रिज्या है मि. मी. में

श = काम की मोटाई, मि. मी.

किसी भी ब्लैंक की लम्बाई किसी कोण पर मुड़ते समय कम या ज्यादा हो सकती है तब 90° सूत्र द्वारा ज्ञात किया जा सकता है।

$$\boxed{स = म_1 + म_2 + ख}$$

जहां $म_1$ और $म_2$ = ब्लैंक के सीधे सैक्शन की लम्बाई है, मि मी. में

ख = चाप में प्राकृतिक अक्ष या अवस्था की लम्बाई, मि. मी.

गोलाई की हद में प्राकृतिक अवस्था की लम्बाई ज्ञात करना ब्लैंक मोटाई पर निर्भर होती है। मुड़ी हुई त्रिज्या और मुड़ा हुआ कोण यह दिया हुआ है

$$\boxed{ख = 0.0175 \left(र + \frac{श}{2} \right) \propto}$$

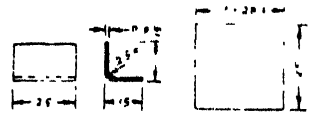
जहां कि र = मुड़ी हुई त्रिज्या, मि. मी.

श = ब्लैंक मोटाई, मि. मी.

$\propto$ = मुड़ा हुआ कोण, डिग्री

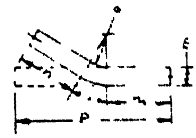
उदाहरण-1 : निम्नलिखित प्रोफाईल पैमाईश द्वारा एक बलैंक की लम्बाई P ज्ञात करो जबकि : $n_1 = 15$ मि.मी., $n_2 = 15$

मि. मी., R = 2.5 मि. मी., m = 0.5 मि. मी.



$$P = n_1 + n_2 - A = 15 + 15 - \frac{(2.5 + 0.5)}{2} = 28.25$$ मि. मी. उत्तर

उदाहरण-2 : निम्नलिखित प्रोफाईल पैमाईश द्वारा चित्र में ब्लैंक की लम्बाई ज्ञात करो : $n_1 = 20$ मि.मी., $n_2 = 40$ मि. मी., R = 5 मि. मी., m = 6 मि. मी., $\alpha = 30°$

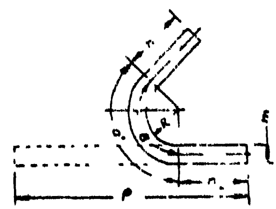


$P = 20 + 40 + 0.0175 (5 + \frac{6}{2}) \times 30°$
$= 64.2$ मि. मी. उत्तर

अभ्यास :

1. निम्नलिखित प्रोफाईल पैमाईश द्वारा चित्र में बलैंक की लम्बाई ज्ञात करो : $n_1 = 20$ मि. मी., $n_2 = 40$ मि. मी., R = 10 मि. मी., m = 3 मि. मी. $\alpha = 137°$

उत्तर : 88 मि. मी.



2. निम्नलिखित प्रोफाईल प्रैमाईश द्वारा काम की लम्लाई ज्ञात करो : $n_1 = 20$ मि. मी., $n_2 = 40$ मि. मी. $\alpha = 1370$, R = 10 मि. मी, m = 3 मि. मी.

(अभ्यास 1 का चित्र देखो)

उत्तर : 87.5 मि. मी.

अध्याय 14

कर्मशाला परिकलन से संबंधित प्रश्न

ग्रुप-11 ढलाई के कारखाने का विषय

उदाहरण-1 : किसी गुबंद का आंतरिक व्यास ज्ञात करो। जो कि घुल जाता है 6 टन प्रति घण्टा। मान लो कि 5 कि० ग्रा० लोहा मिलता है। प्रति वर्ग सेंटीमीटर में पिघलाया जा सकता है।

6 टन प्रति घण्टा $= 6 \times 1000 = 6000$ कि. ग्रा /घण्टा

गुबद का क्षेत्रफल $= \frac{6000}{5} = 1200$ सेंटीमीटर वर्ग

$\therefore$ गुबंद का आंतरिक व्यास $= \sqrt{\frac{1200}{0.7854}} = 44$ सें. मी. उत्तर

$\left(\frac{\pi}{4} = 0.7854\right)$

उदाहरण-2 : किसी गुबंद की 6 टन/घण्टा की क्षमता में प्रति मिनट वायु का कितना आयतन आवश्यक होता है, यदि यह 10 : 1 की अनुपात से काम करता है ? (मान लो कि 1 कि. ग्रा. काष्ठ चाहिए 9 घन मीटर वायु की दहनशीलता के लिए)

6 टन/घंटा $= 6 \times 1000 = 6000$ कि. ग्रा./घंटा

$= 100$ कि. ग्रा./मिनट एक धातु की

अब यह हमें दिया हुआ है कि काष्ठ 10 : 1 की अनुपात में है। इसलिए जितना काष्ठ चाहिए उसकी रकम $= \frac{100}{10} =$ 10 कि.ग्रा./मिनट प्रत्येक कि. ग्रा. काष्ठ चाहिये 9 मीटर^3 वायु की दहनशीलता के लिए

$\therefore$ 10 कि. ग्रा. काष्ठ चाहिये $9 \times 10 = 90$ मीटर^3 वायु

इसलिए 90 मीटर^3/मिनट चाहिए उत्तर

उदाहरण-3 : एक ठोस पैटन का भार 2.5 कि. ग्रा. है : ढली हुई धातु की स्पीसीफिक ग्रेविटी पैट्रन की लकड़ी से 20 गुणा है। ढले हुए पुर्जे का क्या भार होगा। यदि एक सुराख उस के अन्दर बना दिया जाए। 4 सेंटीमीटर व्यास से केन्द्र में और 8 सेंटीमीटर लम्बाई 2 सेंटीमीटर जो कि केन्द्र बनाता है।

(मान लो कि धातु का आपेक्षित घनत्व 8 ग्रा./सेंटीमीटर^3 है)

ढले हुए पुर्जे का भार $= 2.5$ कि. ग्रा. $\times 12 = 30$ कि.ग्रा.

केन्द्र लम्बाई = 8 सेंटीमीटर, और केन्द्र बनाने की लम्बाई = 2 से. मी.

$\therefore$ सुराख की लम्बाई = 8 — 2 = 6 से.मी.

केन्द्र का आयतन = $\frac{\pi \times 4^2}{4} \times 6 = 75.42$ से.मी.^{3} और

बराबर आयतन वाली धातु का भार = 75.42 × 8 ग्रा.

= 603.4 ग्रा.

= 0.6 कि. ग्रा.

इसलिए ढले हुए पुर्जे का भार = 30-0.6 = 29.4 कि. ग्रा. उत्तर

उदाहरण-4 : एक 1000 कि. ग्रा. का इनगाट मोल्ड में 1300°C तापमान पर पिघला हुआ लोहा ढाला गया। इनगाट मोल्ड के समय प्रति मिनट 1.5°C तापमान कम होता है। इनगाट मोल्ड में कास्टिंग को 200°C पर ठण्डे करने के लिए कितना समय लगेगा।

गिरा हुआ तापमान = 1300°C—200°C = 1100°C

$\therefore$ यदि ठण्डे करने की दर 1 5°C प्रति मिनट है तो 1100°C का तापमान गिराने के लिए जो समय चाहिये :

$$= \frac{1100°C}{1.5°C} \text{ मिनट} = \frac{1100}{1.5 \times 60}$$

= 12.22 घंटे उत्तर

अभ्यास

1 क्यूपला का आन्तरिक व्यास ज्ञात करो जोकि 3 टन प्रति घण्टा पिघलाती है। ऐसा माना जाये कि 3 कि. ग्रा. लोहा प्रति वर्ग सेंटीमीटर क्रास सेक्सन ऐरिया का प्रति घण्टा पिघलाता है।

उत्तर : 40 3 सें मी

2. वायु का आयतन प्रति मिनट ज्ञात करो एक क्यूपला के लिए जो 3 टन प्रति घण्टा पिघलाती है। यदि यह 15 : 1 अनुपात से काम करे। मान लो 1 किलो कोयला जलाने के लिए 12 क्यूबिक मीटर हवा चाहिये।

उत्तर : 40 क्यूबिक मीटर

3. एक क्यूपला को 8 टन लोहा प्रति घण्टा पिघलाना है, यदि 0.70 कि. ग्रा. लोहा प्रति घण्टा पिघलता है एक वर्ग सें.मी में। क्यूपला का आन्तरिक व्यास ज्ञात करो।

ग्रुप 2, अपरेंटिस परीक्षा, सितम्बर 1973

उत्तर : 120 6 सें. मी.

कर्मशाला परिकलन के प्रश्न

ग्रुप-4 विद्युत शाखा ग्रुप से संबन्धित

अध्याय 15

1. विद्युत के प्रश्न हल करने से पहले कुछ मूल जानकारी आवश्यक है :
   धारा (I)
   वोल्टेज (V) तथा
   प्रतिरोध (R)

धारा : धारा की इकाई एम्पीयर है। यह वह धारा की मात्रा है जो कि 1 ओम के प्रतिरोध में से 1 वोल्ट के दबाव से बल से प्रवाहित किया जाए।

वोल्टेज : वोल्टेज की इकाई वोल्ट है । यह वह विद्युत दबाव है जो कि एक ओम् के प्रतिरोध वाले धारामण्डल में से एक एम्पीयर धारा बल से प्रवाहित हो सके ।

जब हम वोल्टेज के बारे में बात करते हैं । हमें तीन इकाइयों के बारे में सावधान होना होगा :

इलैक्ट्रोमोटिव बल (E)
पोटैंशियल अन्तर (U) तथा
वोल्टेज में गिरावट (V)

इलैक्ट्रोमोटिव बल : इलैक्ट्रोमोटिव बल (E) बेटरी या डायनमो के टर्मिनलस के बीच मापी गई वोल्टेज है जबकि वे बाहरी धारामण्डल में धारा दे रहे हों ।

पोटैंशियल अन्तर : पोटैंशियल अन्तर (U) बैटरी या डायनमो के टर्मिनलस के बीच मापी गई वोल्टेज है जबकि वे बाहरी धारामण्डल में धारा दे रहे हों यानि कि पोटैंशियल अन्तर = इलैक्ट्रोमोटिव बल — अन्दर का प्रतिरोध × बह रही धारा की मात्रा

वोल्टेज में गिरावट : वोल्टेज में गिरावट (V) वाल्टेज की हानि है जब धारामंडल में धारा बह रही हो । प्रत्येक चालक को कुछ न कुछ प्रतिरोध होता है चाहे वह कितना ही अच्छा हो । इसलिए धारामंडल में बल पूर्वकधारा बहाने के लिए कुछ वोल्टेज इस काम के लिए प्रयोग की जाती है तथा इसलिए यह लाभदायी कार्य के लिए उपलब्ध नहीं होती ।

प्रतिरोध : प्रतिरोध की इकाई ओम (Ω) है । यह वह प्रतिरोध की मात्रा है जिस धारामंडल में एक एम्पीयर की धारा बह सके जब कि दबाव एक वोल्ट हो ।

2. **ओम्स का नियम :**

ओम्स का नियम तीनों, वोल्टेज, धारा तथा प्रतिरोध में सम्बन्ध बताता है जो सूत्र में इस प्रकार दिया जाता है :

$$I = \frac{V}{R}$$

यहां कि, I = धारा एम्पीयर में
V = वोल्टेज वोल्टज में
R = प्रतिरोध ओम में

उदाहरण-1 : एक कायल में प्रवाहित बिजली की धारा ज्ञात करो जब कि इमप्रैसड वोल्टेज 12 वोल्ट तथा प्रतिरोध 4 ओहम् है ।

$$I = \frac{V}{R} = \frac{12}{4} = 3 \text{ एम्पीयर} \quad \text{उत्तर}$$

उदाहरण-2 : 3 एम्पीयर की धारा प्रवाहित करने के लिए कितनी वोल्टेज चाहिए जब कि प्रतिरोध 4 Ω है ?

$$V = IR = 3 \times 4 = 12V \quad \text{उत्तर}$$

उदाहरण-3 : जब 10 ओमस का प्रतिरोध एक बैटरी के साथ कोनेक्टीड किया जाता है 0.6 एम्पीयर का करंट प्रतिरोध में से प्रवाहित होता है अगर बैटरी का आन्तरिक प्रतिरोध 2 ओमस है, तो बैटरी का ई. एम. एफ. क्या है ?

पोटैंशियल ड्राप = प्रवाहित धारा × प्रतिरोध
= 0.6 एम्पीयर × 10 ओमस
= 6 वोल्टस

वोल्टेज ड्राप = प्रवाहित धारा × बैटरी का आंतरिक प्रतिरोध
= 0.6 ओमस × 2 ओमस
= 1.2 वोल्टस

अब ई. एम. एफ.=पोटेंशियल ड्राप+वोल्टेज ड्राप

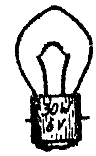
= 6 +1.2 वोल्टस

=7.2 वोल्टस उत्तर

अभ्यास

1. एक लैम्प को जलाने में कितनी धारा चाहिए अगर लैम्प का प्रतिरोध 1.2 Ω और वोल्टेज 6 है।

उत्तर : 5 एम्पीयर



2. कुछ स्रकिट जिस में 10 एम्पियर धारा प्रवाहित करती है जब प्रैशर 13 वोल्टेज है। सर्किट का प्रतिरोध क्या है ?

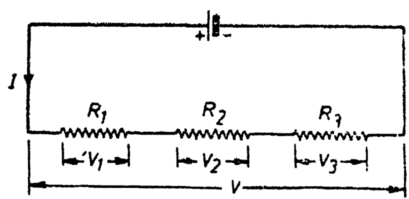
उत्तर : 1.3 ओमस

3. डायनमों का आन्तरिक प्रतिरोध (जिसकी ई. एम. एफ. 12 वोल्ट है) 0.01 ओहम् है। जब 20 ऐम्पियर करंट की सप्लाई दी जा रही हो तो डायनमो का टरमीनल वोल्टेज ज्ञात करो ?

उत्तर : 11.8 वोल्टज

आरटीकल-3 : सीरीज़ तथा पैरेलल में कुनैक्शन

आरटीकल- 3.1 प्रतिरोध का सीरीज़ में कुनैक्शन



इक्वैलेट प्रतिरोध (R) $= R_1 + R_2 + R_3$

और वोल्टेज ड्राप हर एक

रस्सिटर के विरुद्ध $V_1 = IR_1$, $V_2 = IR_2$, $V_3 = IR_3$

उदाहरण-1 : तीन प्रतिरोध क्रमश: 1, 2 तथा 3 Ω हैं, 12 वोल्ट बैटरी के साथ सीरीज़ में जोड़े गये हैं।

मान ज्ञात करो :

(क) प्रवाहित धारा

(ख) हर एक प्रतिरोध के विरुद्ध वोल्टेज

कुल प्रतिरोध $= 1 + 2 + 3 = 6\Omega$

(क) प्रवाहित धारा $I = \frac{V}{R} = \frac{12}{6} = 2$ एम्पीयर

(ख) हर एक प्रतिरोध के विरुद्ध वोल्टेज

$\frac{\text{बैटरी वोल्टेज}}{\text{कुल प्रतिरोध}} \times$ प्रत्येक प्रतिरोध

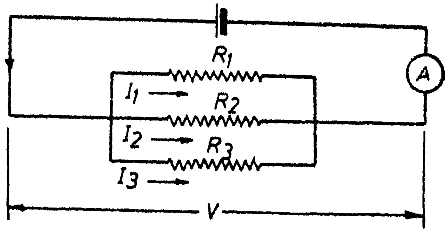
1 Ω प्रतिरोध के विरुद्ध वोल्टेज $= \frac{12}{6} \times 1 = 2$ वोल्टेज

2 Ω प्रतिरोध के विरुद्ध वोल्टेज $= \frac{12}{6} \times 2 = 4$ वोल्टेज

3 Ω प्रतिरोध के विरुद्ध वोल्टेज $= \frac{12}{6} \times 3 = 6$ वोल्टेज

∴ बैटरी कुल जोड़ $= 2 + 4 + 6 = 12$ वोल्टेज यानि कि बैटरी की वोल्टेज

आर्टीकल-3.2 पैरेलल में प्रतिरोध

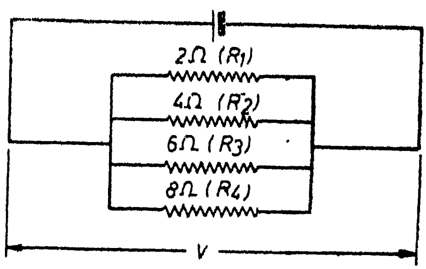


यहां पर इक्वेंवेंट प्रतिरोध R दिया गया है

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

और कुल धारा $I = I_1 + I_2 + I_3$

उदाहरण-1 : चित्र मे दिये गये सरकट का इक्वैलेंट प्रतिरोध ज्ञात करो।



$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}$$

$$\text{और } R = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}}$$

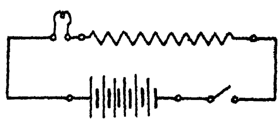
$$= \frac{1}{\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{8}}$$

$$= \frac{1}{\frac{(12 + 9 + 4 + 3)}{24}}$$

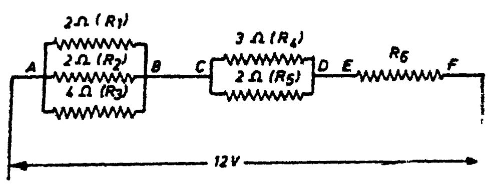
$$= \frac{1}{25/24} = R = \frac{25}{24}\,\Omega \text{ उत्तर}$$

अभ्यास :

1. बल्ब होल्डर का प्रतिरोध ज्ञात करो जो कि इगवीशन वारनिंग लाईट के 12 वोल्ट सिस्टम से जुड़ा हुआ है। बल्ब की स्पेसीफीकेशन 2.5 वोल्ट तथा 0.2 एम्पियर है।
   उत्तर : 47.5Ω



2. चित्र में दिखाये गये सरकिट का अज्ञात प्रतिरोध तथा इक्वैलेंट प्रतिरोध ज्ञात, यदि 2.4 एम्पियर की धारा प्रवाहित कर रही है और वोल्टेज 12 वोल्ट है।
   उत्तर : 5Ω और 3Ω



आरटीकल 3.3 **मटैलिक कन्डक्टर का प्रतिरोध**

कन्डक्टर का प्रतिरोध, कन्डक्टर की पैमाईश तथा पदार्थ की प्रतिरोधता (e) से ज्ञात किया जा सकता है। पदार्थ की प्रतिरोधता, कन्डक्टर के प्रतिरोध जोकि एक मीटर लम्बाई और 1 मि.मी.^{2} ओहम् में है।

कन्डक्टर के प्रतिरोध का सूत्र

$R = P \frac{p}{a}$

जहां कि = R = प्रतिरोध ओहम् में

P = प्रतिरोधता (Ω मी.) में

P = लम्बाई मीटर में

a = क्षेत्रफल मि.मी^{2} में

आरटीकल 4. **विद्युत शक्ति**

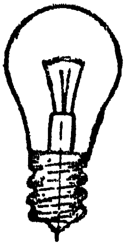
विद्युत शक्ति की यूनिट वाट (W) है। यह विद्युत धारा I एम्पियर में और ई.एम.एफ. (V) वोल्ट का गुणनफल है।

इसलिए W = IV

I^2R (जैसा कि IR = V)

टिप्पणी : पेज 20 देखें, विभिन्न प्रकार के शक्ति के यूनिटस को बदलने के लिए।

उदाहरण 1. एक 12 वोल्ट, 36-वाट हैडलेम्प बल्ब द्वारा प्रयोग की गई धारा की मात्रा ज्ञात कीजिए।



वाट = I × V

36 = I × 12

$\frac{36}{12}$ = I

I = 3 ऐम्पियर उत्तर

उदाहरण 2. एक सैकण्डरी सैल की वोल्टेज 2.06 है जब 0.125 Ω के प्रतिरोध से जोड़ा जाता है तो उसकी टर्मिनल वोल्टेज 1.95 वोल्ट है। सैल के अन्दर का प्रतिरोध तथा नष्ट हुए वाटों को ज्ञात कीजिए।

(ग्रुप 4, मार्च 1972)

धारामण्डल में धारा की मात्रा $I = \frac{1.95}{.125}$ = 15.6 एम्पीयर (द्वारा 2, पेज 133)

वोल्टेज में गिरावट = 2.06 − 1.95 = 0.11 वोल्ट

इसलिए अन्दर का प्रतिरोध = $\frac{0.11}{15.6}$ = .007Ω उत्तर

नष्ट हुए वाट = I^2R जबकि R = .007 अन्दर का प्रतिरोध

और I = धारामण्डल में बहती हुई धारा

= $(15.6)^2 \times .007$

= 1.7 वाट उत्तर

4.1 **ड्रोपिंग प्रतिरोधक :**

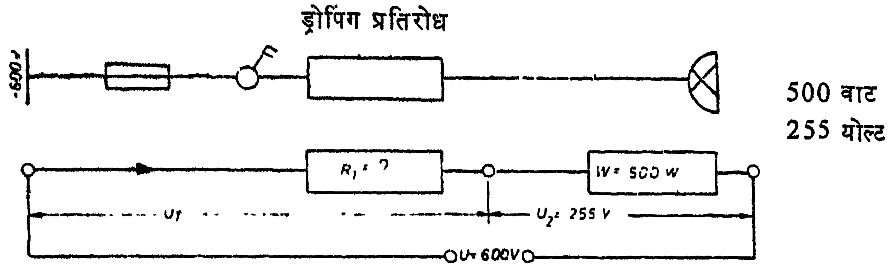
कभी-कभी कम वोल्टेज वाले बिजली के उपकरणों को ज्यादा वोल्टेज वाले सप्लाई बिन्दुओं से जोड़ना पड़ता है। तब ज्यादा वोल्टेज, ड्रोपिंग प्रतिरोधक जोकि सीरिज में लगाया गया है द्वारा प्रयोग की जाती है परन्तु सप्लाई बिन्दुओं तथा उपकरण के बीच में लगाया जाता है।

उदाहरण : एक रिफलैक्टर 500w/255V को 600 V डी.सी. धारामण्डल में लगाया है।

(क) ड्रोपिंग प्रतिरोधक से कितनी ज्यादा धारा बहेगी ?

(ख) ड्रोपिंग प्रतिरोधक कितने ओम् का हो ?

(ग) कितनी विद्युत शक्ति गर्मी में बदली जाती है ?



ज्यादा वोल्टेज $V_1 - V - V_2 = 600 - 225 = 345$ वोल्ट

प्रवाहित धारा $I - W \div V_2 = 500 \div 255 - 1.96$ ऐम्पीयर

प्रतिरोध $R_1 - V_1 \div I - 345 \div 1.96 = 176$ ओम्

4.2 सप्लाई लाईन में वोल्टेज ड्राप(गिरावट) :-

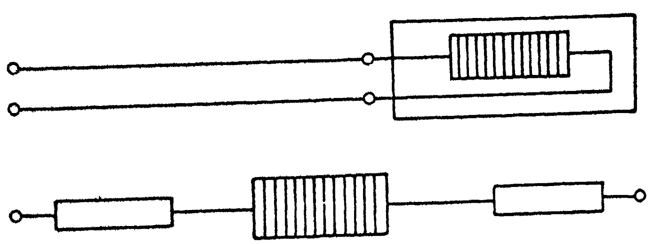
सभी लाईनें (ले जाने तथा वापिस लाने वाली) बिजली के उपकरण तक, उपकरण के साथ सीरीज सम्बन्ध बनाती हैं तथा फीड लाईन में वोल्टेज की गिरावट होती है जोकि नही चाहिए। उन्हें जितना सम्भव हो सके, कम से कम रखें तथा लम्बी लाइनों पर वे निरीक्षित किये जाते हैं।

उदाहरण : 1500W/220V अंकित कीमत वाले बिजली के हीटर को एक तांबे की तार जिसकी लम्बाई 12 मीटर तथा क्षेत्रफल 1.5 मि.मी.^{2} है के साथ 220V वाले धारामण्डल में जोड़ा गया है। उपकरण पर वोल्टेज ज्ञात करो।

तांबे का p लो $- \frac{1}{56}$ (Ω मी.)

[प्रवाहित धारा $I - W \div V - 1500 \div 220 = 6.8$ एम्पीयर

लाइन का प्रतिरोध $R - 2\ p\ \frac{\text{ल}}{\text{क्षे०}} - 2 \frac{.12}{56 \times 1 \times 5} - 0.286$ ओम]



अभ्यास :

1. एक बैटरी चारजर की अंकित शक्ति ज्ञात कीजिए जो कि 8A, सामान्य वोल्टेज 220V पर, खर्च करता है।

उत्तर : 1.76 किलोवाट

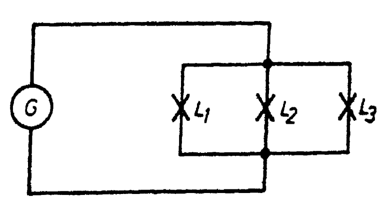
2. एक पम्प मोटर $2\frac{1}{2}$ घंटे चलती है। यदि यह सामान्य वोल्टेज 220V पर 10A खर्च करता हो, कुल खर्चा मालूम कीजिए यदि शक्ति का मूल्य 30 पैसा प्रति इकाई हो। (शक्ति की इकाई — 1 किलोवाट घंटा)

उत्तर : 1.65 रुपये

3. एक जैनरेटर 15A, 16.5 वोल्ट पोटेंशियल अन्तर पर धारा देता है यदि जैनरेटर की दी गई शक्ति 0.3 अश्व शक्ति हो तो मशीन की दलता ज्ञात कीजिए।

$$\left(\text{दक्षता} = \frac{\text{प्राप्त की गई शक्ति}}{\text{दी गई शक्ति}} \times 100\right)$$ उत्तर : 83%

4. एक लैम्प बैंक, में तीन बल्ब हैं जो कि प्रत्येक 2 एम्पीयर लेता है, को 120 वोल्ट से जोड़ा गया है। प्रत्येक तार की लाईन का प्रतिरोध 0.2 ओम है। लाईन में वोल्टेज गिरावट तथा लोड पर प्राप्त वोल्टेज ज्ञात करो।



उत्तर : 2.4 वोल्ट तथा 117.6 वोल्ट

भाग 3

परिशिष्ट

CONVERSION TABLE: INCHES TO MILLIMETRES

T A B L E-I

INCH FRACTION 64	32	16	8	4	2	DECIMAL EQUIVALENT	M/M EQUIVALENT
1						.0156	.40
	1					.0312	.79
3						.0468	1.19
		1				.0625	1.59
5						.0781	1.98
	3					.0937	2.38
7						.1093	2.78
			1			.125	3.17
9						.1406	3.57
	5					.1562	3.97
11						.1718	4.35
		3				.1875	4.76
13						.2031	5.16
	7					.2187	5.56
15						.2343	5.95
				1		.250	6.35
17						.2656	6.75
	9					.2812	7.14
19						.2968	7.54
		5				.3125	7.94
21						.3218	8.33
	11					.3437	8.73
23						.3593	9.13
			3			.375	9.52
25						.3906	9.92
	13					.4062	10.32
27						.4218	10.71
		7				.4376	11.11
29						.4531	11.51
	15					.4687	11.91
31						.4843	12.30

INCH FRACTION 64	32	16	8	4	2	DECIMAL EQUIVALENT	M/M EQUIVALENT
					1	.500	12.70
33						.5156	13.10
	17					.5312	13.49
35						.5468	13.89
		9				.5625	14.29
37						.5781	14.68
	19					.5937	15.08
39						.6093	15.48
			5			.626	15.87
41						.6406	16.27
	21					.6562	16.67
43						.6718	17.06
		11				.6875	17.46
45						.7031	17.86
	23					.7187	18.26
47						.7343	18.65
				3		.750	19.05
49						.7656	19.45
	25					.7812	19.84
51						.7968	20.24
		13				.8125	20.64
53						.8281	21.03
	27					.8437	21.43
55						.8593	21.83
			7			.875	22.22
57						.8906	22.62
	29					.9062	23.02
59						.9218	23.41
		15				.9375	23.81
61						.9531	24.21
	31					.9687	24.61
63						.9843	25.00

CONVERSION TABLE: MILLIMETRES TO INCHES

T A B L E-II

mm	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0		0,039	0,079	0,118	0,157	0,197	0,236	0,276	0,315	0,354
10	0,394	0,433	0,472	0,512	0,551	0,591	0,630	0,669	0,700	0,748
20	0,787	0,827	0,866	0,905	0,945	1,984	1,024	1,063	1,102	1,142
30	1,181	1,220	1,259	1,299	1,338	1,378	1,417	1,457	1,496	1,535
40	1,575	1,614	1,653	1,693	1,732	1,772	1,811	1,850	1,890	1,929
50	1,968	2,007	2,047	2,087	2,126	2,165	2,205	2,244	2,283	2,323
60	2,362	2,401	2,441	2,480	2,520	2,559	2,598	2,638	2,677	2,716
70	2,756	2,795	2,835	2,874	2,913	2,953	2,992	3,031	3,071	3,110
80	3,149	3,189	3,228	3,268	3,307	3,346	3,386	3,425	3,464	3,504
90	3,543	3,583	3,622	3,661	3,701	3,740	3,779	3,819	3,858	3,897

TABLE-III
DENSITY OF MATERIALS

ELEMENTS/MATERIALS	DENSITY g/cm^3	ELEMENTS/MATERIALS	DENSITY g/cm^3
Aluminium	2.7	Brass	8.5
Lead	11.35	Al' bronze	8.4
Carbon	3	Tin bronze	8.6
Graphite	2.25	Lead bronze	9.5
Diamond	3.52	Al-alloy (Al,Cu,Mg)	2.8
Cobalt	8.8	Babbitt metal	7.5..10.1
Chromium	7.1	Plexiglass	1.2
Copper	8.9	Alcohol at 18°C	0.79
Steel	7.85	Water at 4°C	1.0
Cast Steel	7.85	Acetylene at 0°C	1,17kg/m^3
Gray cast iron	7.2	Carbon dioxide at 0°C	1.90kg/m^3
High-speed Steel	9.0	Air at 0°C	1.29kg/m^3
Invar (36%Ni)	8.7	Propane at 0°C	2.00kg/m^3

TABLE-IV
GREEK ALPHABET

Α α	a	Alpha	Ι ι	i	Jota	Ρ ρ	r	Rho
Β β	b	Beta	Κ κ	k	Kappa	Σ σ	s	Sigma
Γ γ	g	Gamma	Λ λ	l	Lambda	Τ τ	t	Tau
Δ δ	d	Delta	Μ μ	m	Mü	Υ υ	u	Ypsilon
Ε ε	e	Epsilon	Ν ν	n	Nü	Φ φ	ph	Phi
Ζ ζ	z	Zeta	Ξ ξ	x	Ksi	Χ χ	ch	Chi
Η η	e	Eta	Ο ο	o	Omikron	Ψ ψ	ps	Psi
Θ ϑ	th	Theta	Π π	p	Pi	Ω ω	o	Omega

MATHEMATICAL TABLE

n	n^2	$\sqrt{n}$	πn	$\frac{\pi \cdot n^2}{4}$
1	1	1,0000	3,142	0,7854
2	4	1,4142	6,283	3,1416
3	9	1,7321	9,425	7,0686
4	16	2,0000	12,566	12,5664
5	25	2,2361	15,708	19,6350
6	36	2,4495	18,850	28,2743
7	49	2,6458	21,991	38,4845
8	64	2,8284	25,133	50,2655
9	81	3,0000	28,274	63,6173
10	100	3,1623	31,416	78,5398
11	121	3,3166	34,558	95,0332
12	144	3,4641	37,699	113,097
13	169	3,6056	40,841	132,732
14	196	3,7417	43,982	153,938
15	225	3,8730	47,124	176,715
16	256	4,0000	50,265	201,062
17	289	4,1231	53,407	226,980
18	324	4,2426	56,549	254,469
19	361	4,3589	59,690	283,529
20	400	4,4721	62,832	314,159
21	441	4,5826	65,973	346,361
22	484	4,6904	69,115	380,133
23	529	4,7958	72,257	415,476
24	576	4,8990	75,398	452,389
25	625	5,0000	78,540	490,874
26	676	5,0990	81,681	530,929
27	729	5,1962	84,823	572,555
28	784	5,2915	87,965	615,752
29	841	5,3852	91,106	660,520
30	900	5,4772	94,248	706,858
31	961	5,5678	97,389	754,768
32	1024	5,6569	100,531	804,248
33	1089	5,7446	103,673	855,299
34	1156	5,8310	106,814	907,920
35	1225	5,9161	109,956	952,113
36	1296	6,0000	113,097	1017,88
37	1369	6,0828	116,239	1075,21
38	1444	6,1644	119,381	1134,11
39	1521	6,2450	122,522	1194,59
40	1600	6,3246	125,66	1256,64
41	1681	6,4031	128,81	1320,25
42	1764	6,4807	131,95	1385,44
43	1849	6,5574	135,09	1452,20
44	1936	6,6332	138,23	1520,53
45	2025	6,7082	141,37	1590,43
46	2116	6,7823	144,51	1661,90
47	2209	6,8557	147,65	1734,94
48	2304	6,9282	150,80	1809,56
49	2401	7,0000	153,94	1885,74

n	n^2	$\sqrt{n}$	πn	$\frac{\pi \cdot n^2}{4}$
50	2500	7,0711	157,08	1963,50
51	2601	7,1414	160,22	2042,82
52	2704	7,2111	163,36	2123,72
53	2809	7,2801	166,50	2206,18
54	2916	7,3485	169,65	2290,22
55	3025	7,4162	172,79	2375,83
56	3136	7,4833	175,93	2463,01
57	3249	7,5498	179,07	2551,76
58	336	7,6158	182,21	2642,08
59	3481	7,6811	185,35	2733,97
60	3600	7,7460	188,50	2827,43
61	3721	7,8102	191,64	2922,47
62	3844	7,8740	194,78	3019,07
63	3969	7,9373	197,92	3117,25
64	4096	8,0000	201,06	3216,99
65	4225	8,0623	204,20	3318,31
66	4356	8,1240	207,35	3421,19
67	4489	8,1854	210,49	3525,65
68	4624	8,2462	213,63	3631,68
69	4761	8,3066	216,77	3739,28
70	4900	8,3666	219,91	3848,45
71	5041	8,4261	223,05	3959,19
72	5184	8,4853	226,19	4071,50
73	5329	8,5440	229,34	4185,39
74	5476	8,6023	232,48	4300,84
75	5625	8,6603	235,62	4417,86
76	5776	8,7178	238,76	4536,46
77	5929	8,7750	241,90	4656,63
78	6084	8,8318	245,04	4778,36
79	6241	8,8882	248,19	4901,67
80	6400	8,9443	251,33	5026,55
81	6561	9,0000	254,47	5153,00
82	6724	9,0554	257,61	5281,02
83	6889	9,1104	260,75	5410,61
84	7056	9,1652	263,89	5541,77
85	7225	9,2195	267,04	5674,50
86	7396	9,2736	270,18	5808,80
87	7569	9,3274	273,32	5944,68
88	7744	9,3808	276,46	6082,12
89	7921	9,4340	279,60	6221,14
90	8100	9,4868	282,74	6361,73
91	8281	9,5394	285,88	6503,88
92	8464	9,5917	289,03	6647,61
93	8649	9,6437	292,17	6792,91
94	8836	9,6954	295,31	6939,78
95	9025	9,7468	298,45	7088,22
96	9216	9,7980	301,59	7238,23
97	9409	9,8489	304,73	7389,81
98	9604	9,8995	307,88	7542,96
99	9801	9,9499	311,02	7697,69

n	n^2	$\sqrt{n}$	πn	$\frac{\pi \cdot n^2}{4}$
100	10000	10,0000	314,16	7853,98
101	10201	10,0499	317,30	8011,85
102	10404	10,0995	320,44	8171,28
103	10609	10,1489	323,58	8332,29
104	10816	10,1980	326,73	8494,87
105	11025	10,2470	329,87	8659,01
106	11236	10,2956	333,01	8824,73
107	11449	10,3441	336,15	8992,02
108	11664	10,3923	339,29	9160,88
109	11881	10,4403	342,43	9331,32
110	12100	10,4881	345,58	9503,32
111	12321	10,5357	348,72	9676,89
112	12544	10,5830	351,86	9852,03
113	12769	10,6301	355,00	10028,7
114	12996	10,6771	358,14	10207,0
115	13225	10,7238	361,28	10386,9
116	13456	10,7703	364,42	10568,3
117	13689	10,8167	367,57	10751,3
118	13924	10,8628	370,71	10935,9
119	14161	10,9087	373,85	11122,0
120	14400	10,9545	376,99	11309,7
121	14641	11,0000	380,13	11499,0
122	14884	11,0454	383,27	11689,9
123	15129	11,0905	386,42	11882,3
124	15376	11,1355	389,56	12076,3
125	15625	11,1803	392,70	12271,8
126	15876	11,2250	395,84	12469,0
127	16129	11,2694	398,98	12667,7
128	16384	11,3137	402,12	12868,0
129	16641	11,3578	405,27	13069,8
130	16900	11,4018	408,41	13273,2
131	17161	11,4455	411,55	13478,2
132	17424	11,4891	414,69	13684,8
133	17689	11,5326	417,83	13892,9
134	17956	11,5758	420,97	14102,6
135	18225	11,6190	424,12	14313,9
136	18496	11,6619	427,26	14526,7
137	18769	11,7047	430,40	14741,1
138	19044	11,7473	433,54	14957,1
139	19321	11,7898	436,69	15174,7
140	19600	11,8322	439,82	15393,8
141	19881	11,8743	442,96	15614,5
142	20164	11,9164	446,11	15836,8
143	20449	11,9583	449,25	16060,6
144	20736	12,0000	452,39	16286,0
145	21025	12,0416	455,53	16513,0
146	21316	12,0830	458,67	16741,5
147	21609	12,1244	461,81	16971,7
148	21904	12,1655	464,96	17203,4
149	22201	12,2066	468,10	17436,6

n	n^2	$\sqrt{n}$	πn	$\frac{\pi \cdot n^2}{4}$
150	22500	12,2474	471,24	17671,5
151	22801	12,2882	474,38	17907,9
152	23104	12,3288	477,52	18145,8
153	23409	12,3693	480,66	18385,4
154	23716	12,4097	483,81	18626,5
155	24025	12,4499	486,95	18869,2
156	24336	12,4900	490,09	19113,4
157	24649	12,5300	493,23	19359,3
158	24964	12,5698	496,37	19606,7
159	25281	12,6095	499,51	19855,7
160	25600	12,6491	502,65	20106,2
161	25921	12,6886	505,80	20358,3
162	26244	12,7279	508,94	20612,0
163	26569	12,7671	512,08	20867,2
164	26896	12,8062	515,22	21124,1
165	27225	12,8452	518,36	21382,5
166	27556	12,8841	521,50	21642,4
167	27889	12,9228	524,65	21904,0
168	28224	12,9615	527,79	22167,1
169	28561	13,0000	530,93	22431,8
170	28900	13,0384	534,07	22698,0
171	29241	13,0767	537,21	22965,8
172	29584	13,1149	540,35	23235,2
173	29929	13,1529	543,50	23506,2
174	30276	13,1909	546,64	23778,7
175	30625	13,2288	549,78	24052,8
176	30976	13,2665	552,92	24328,5
177	31329	13,3041	556,06	24605,7
178	31684	13,3417	559,20	24884,6
179	32041	13,3791	562,35	25164,9
180	32400	13,4164	565,49	25446,9
181	32761	13,4536	568,63	25730,4
182	33124	13,4907	571,77	26015,5
183	33489	13,5277	574,91	26302,2
184	33856	13,5647	578,05	26590,4
185	34225	13,6015	581,19	26880,3
186	34596	13,6382	584,34	27171,6
187	34969	13,6748	587,48	27464,6
188	35344	13,7113	590,62	27759,1
189	35721	13,7477	593,76	28055,2
190	36100	13,7840	596,90	28352,9
191	36481	13,8203	600,04	28652,1
192	36864	13,8564	603,19	28952,9
193	37249	13,8924	606,33	29255,3
194	37636	13,9284	609,47	29559,2
195	38025	13,9642	612,61	29864,8
196	38416	14,0000	615,75	30171,9
197	38809	14,0357	618,89	30480,5
198	39204	14,0712	622,04	30790,7
199	39601	14,1067	825,18	31102,6

n	n^2	$\sqrt{n}$	πn	$\frac{\pi \cdot n^2}{4}$
200	40000	14,1421	628,32	31415,9
201	40401	14,1774	631,46	31730,9
202	40804	14,2127	634,60	32047,4
203	41209	14,2478	637,74	32365,5
204	41616	14,2829	640,88	32685,1
205	42025	14,3178	644,03	33006,4
206	42436	14,3527	647,17	33329,2
207	42849	14,3875	650,31	33653,5
208	43264	14,4222	653,45	33979,5
209	43681	14,4568	656,59	34307,0
210	44100	14,4914	659,73	34636,1
211	44521	14,5258	662,88	34966,7
212	44944	14,5602	666,02	35298,9
213	45369	14,5945	669,16	35632,7
214	45796	14,6287	672,30	35968,1
215	46225	14,6629	675,44	36305,0
216	46656	14,6969	678,58	36643,5
217	47089	14,7309	681,73	36983,6
218	47524	14,7648	684,87	37325,3
219	47961	14,7986	688,01	37668,5
220	48400	14,8324	691,15	38013,3
221	48841	14,8661	694,29	38359,6
222	49284	14,8997	697,43	38707,6
223	49729	14,9332	700,58	39057,1
224	50176	14,9666	703,72	39408,1
225	50625	15,0000	706,86	39760,8
226	51076	15,0333	710,00	40115,0
227	51529	15,0665	713,14	40470,8
228	51984	15,0997	716,28	40828,1
229	52441	15,1327	719,42	41187,1
230	52900	15,1658	722,57	41547,6
231	53361	15,1987	725,71	41909,6
232	53824	15,2315	728,85	42273,3
233	54289	15,2643	731,99	42638,5
234	54756	15,2971	735,13	43005,3
235	55225	15,3297	738,27	43373,6
236	55696	15,3623	741,42	43743,5
237	56169	15,3948	744,56	44115,0
238	56644	15,4272	747,70	44488,1
239	57121	15,4596	750,84	44862,7
240	57600	15,4919	753,98	45238,9
241	58081	15,5242	757,12	45616,7
242	58564	15,5563	760,27	45996,1
243	59049	15,5885	763,41	46377,0
244	59536	15,6205	766,55	46759,5
245	60025	15,6525	769,69	47143,5
246	60516	15,6844	772,83	47529,2
247	61009	15,7162	775,97	47916,4
248	61504	15,7480	779,11	48305,1
249	62001	15,7797	782,26	48695,5

MATHEMATICAL TABLE

n	n²	√n	π n	π·n²/4
250	62500	15,8114	785,40	49087,4
251	63001	15,8430	788,54	49480,9
252	63504	15,8745	791,68	49875,9
253	64009	15,9060	974,82	50272,6
254	64516	15,9374	797,96	50670,7
255	65025	15,9687	801,11	51070,5
256	65536	16,0000	804,25	51471,9
257	66049	16,0312	807,39	51874,8
258	66564	16,0624	810,53	52279,2
259	67081	16,0935	913,67	52685,3
260	67600	16,1245	816,81	53092,9
261	68121	16,1555	819,95	53502,1
262	68644	16,1864	823,10	53912,9
263	69169	16,2173	826,24	54325,2
264	69696	16,2481	829,38	54739,1
265	70225	16,2788	832,52	55154,8
266	70756	16,3095	835,66	55571,6
267	71289	16,3401	838,81	55990,2
268	71824	16,3707	841,95	56410,4
269	72361	16,4012	845,09	56832,2
270	72900	16,4317	848,23	57255,5
271	73441	16,4621	851,37	57680,4
272	73984	16,4924	854,51	58106,9
273	74529	16,5227	857,65	58534,9
274	75076	16,5529	860,80	58964,6
275	75625	16,5831	863,94	59395,7
276	76176	16,6132	867,08	59828,5
277	76729	16,6433	870,22	60262,8
278	77284	16,6733	873,36	60698,7
279	77841	16,7033	876,50	61136,2
280	78400	16,7332	879,65	61575,2
281	78961	16,7631	882,79	62015,8
282	79524	16,7929	885,93	62458,0
283	80089	16,8226	889,07	62901,8
284	80656	16,8523	892,21	63347,1
285	81225	16,8819	895,35	63794,0
286	81796	16,9115	898,50	64242,4
287	82369	16,9411	901,64	64692,5
288	82944	16,9706	904,78	65144,1
289	83521	17,0000	907,92	65597,2
290	84100	17,0294	911,06	66052,0
291	84681	17,0587	914,20	66508,3
292	85264	17,0880	917,35	66966,2
293	85849	17,1172	920,49	67425,6
294	86436	17,1464	923,63	67886,7
295	87025	17,1756	926,77	68349,3
296	87616	17,2047	929,91	68813,4
297	88209	17,2337	933,05	69279,2
298	88804	17,2627	936,19	69746,5
299	89401	17,2316	939,34	70215,4

n	n²	√n	π n	π·n²/4
300	90000	17,3205	942,48	70685,8
301	90601	17,3494	945,62	71157,9
302	91204	17,3781	948,76	71631,5
303	91809	17,4069	951,90	72106,6
304	92416	17,4356	955,04	72583,4
305	93025	17,4642	958,19	73061,7
306	93636	17,4929	961,33	73541,5
307	94249	17,5214	964,47	74023,0
308	94864	17,5499	967,61	74506,0
309	95481	17,5784	970,75	74990,6
310	96100	17,6068	973,89	75476,8
311	96721	17,6352	977,04	75964,5
312	97344	17,6635	980,18	76453,8
313	97969	17,6918	983,32	76944,7
314	98596	17,7200	986,46	77437,1
315	99225	17,7482	989,60	77931,1
316	99856	17,7764	992,74	78426,7
317	100489	17,8045	995,88	78923,9
318	101124	17,8326	999,03	79422,6
319	101761	17,8606	1002,2	79922,9
320	102400	17,8885	1005,3	80424,8
321	103041	17,9165	1008,5	80928,2
322	103684	17,9444	1011,6	81433,2
323	104329	17,9722	1014,7	81939,8
324	104976	18,0000	1017,9	82448,0
325	105625	18,0278	1021,0	82957,7
326	106276	18,0555	1024,2	83469,0
327	106929	18,0831	1027,3	83981,8
328	107534	18,1108	1030,4	84496,3
329	108241	18,1384	1033,6	85012,3
330	108900	18,1659	1036,7	85529,9
331	109561	18,1934	1039,9	86049,0
332	110224	18,2209	1043,0	86569,7
333	110889	18,2483	1046,2	87092,0
334	111556	18,2757	1049,3	87615,9
335	112225	18,3030	1052,4	88141,3
336	112896	18,3303	1055,6	88668,3
337	113569	18,3576	1058,7	89196,9
338	114244	18,3848	1061,9	89727,0
339	114921	18,4120	1065,0	90258,7
340	115600	18,4391	1068,1	90792,0
341	116281	18,4662	1071,3	91326,9
342	116964	18,4932	1074,4	91863,3
343	117649	18,5203	1077,6	92401,3
344	118336	18,5472	1080,7	92940,9
345	119025	18,5742	1083,8	93482,0
346	119716	18,6011	1087,0	94024,7
347	120409	18,6279	1090,1	94569,0
348	121104	18,6548	1093,3	95114,9
349	121801	18,6815	1096,4	95662,3

n	n²	√n	π n	π·n²/4
350	122500	18,7083	1099,6	96211,3
351	123201	18,7350	1102,7	96761,8
352	123904	18,7617	1105,8	97314,0
353	124609	18,7883	1109,0	97867,7
354	125316	18,8149	1112,1	98423,0
355	126025	18,8414	1115,3	98979,8
356	126736	18,8680	1118,4	99538,2
357	127449	18,8944	1121,5	100098
358	128164	18,9200	1124,7	100660
359	128881	18,9473	1127,8	101223
360	129600	18,9737	1131,0	101788
361	130321	19,0000	1134,1	102354
362	131044	19,0263	1137,3	102922
363	131769	19,0526	1140,4	103491
364	132496	19,0788	1143,5	104062
365	133225	19,1050	1146,7	104635
366	133956	19,1311	1149,8	105209
367	134689	19,1572	1153,0	105784
368	135424	19,1833	1156,1	106362
369	136161	19,2094	1159,2	106941
370	136900	19,2354	1162,4	107521
371	137641	19,2614	1165,5	108103
372	138384	19,2873	1168,7	108687
373	139129	19,3132	1171,8	109272
374	139876	19,3391	1175,0	109858
375	140625	19,3649	1178,1	110447
376	141376	19,3907	1181,2	111036
377	142129	19,4165	1184,4	111628
378	142884	19,4422	1187,5	112221
379	143641	19,4679	1190,7	112815
380	144400	19,4936	1193,8	113411
381	145161	19,5192	1196,9	114009
382	145924	19,5448	1200,1	114608
383	146689	19,5704	1203,2	115209
384	147456	19,5959	1206,4	115812
385	148225	19,6214	1209,5	116416
386	148996	19,6469	1212,7	117021
387	149769	19,6723	1215,8	117628
388	150544	19,6977	1218,9	118237
389	151321	19,7231	1222,1	118347
390	152100	19,7484	1225,2	119459
391	152881	19,7737	1228,4	120072
392	153664	19,7990	1231,5	120387
393	154449	19,8242	1234,6	121304
394	155236	19,8494	1237,8	121922
395	156025	19,8746	1240,9	122542
396	156816	19,8997	1244,1	123163
397	157609	19,9249	1247,2	123786
398	158404	19,9499	1250,4	124410
399	159201	19,9750	1253,5	125036

n	n²	√n	π n	π·n²/4
400	160000	20,0000	1256,6	125664
401	160801	20,0250	1259,8	126293
402	161604	20,0499	1262,9	126923
403	162409	20,0749	1266,1	127556
404	163216	20,0998	1269,2	128190
405	164025	20,1246	1272,3	128825
406	164836	20,1494	1275,5	129462
407	165649	20,1742	1278,6	130100
408	166464	20,1990	1281,8	130741
409	167281	20,2237	1284,9	131382
410	168100	20,2485	1288,1	132025
411	168921	20,2731	1291,2	132670
412	169744	20,2978	1294,3	133317
413	170569	20,3224	1297,5	133965
414	171396	20,3470	1300,6	134614
415	172225	20,3715	1303,8	135265
416	173056	20,3961	1306,9	135918
417	173889	20,4206	1310,0	136572
418	174724	20,4450	1313,2	137228
419	175561	20,4695	1316,3	137885
420	176400	20,4939	1319,5	138544
421	177241	20,5183	1322,6	139205
422	178084	20,5426	1325,8	139867
423	178929	20,5670	1328,9	140531
424	179776	20,5913	1332,0	141196
425	180625	20,6155	1335,2	141863
426	181476	20,6398	1338,3	142531
427	182329	20,6640	1341,5	143201
428	183184	20,6882	1344,6	143872
429	184041	20,7123	1347,7	144545
430	184900	20,7364	1350,9	145220
431	185761	20,7605	1354,0	145896
432	186624	20,7846	1357,2	146574
433	187489	20,8087	1360,3	147254
434	188356	20,8327	1363,5	147934
435	189225	20,8567	1366,6	148617
436	190096	20,8806	1369,7	149301
437	190969	20,9045	1372,9	149987
438	191844	20,9284	1376,0	150674
439	192721	20,9523	1379,2	151363
440	193600	20,9762	1382,3	152053
441	194481	21,0000	1385,4	152745
442	195364	21,0238	1388,6	153439
443	196249	21,0476	1391,7	154134
444	197136	21,0713	1394,9	154830
445	198025	21,0950	1398,0	155528
446	198916	21,1187	1401,2	156228
447	199809	21,1424	1404,3	156930
448	200704	21,1660	1407,4	157633
449	201601	21,1896	1410,6	158337

n	n²	√n	π·n	π·n²/4
450	202500	21,2132	1413,7	159043
451	203401	21,2368	1416,9	159751
452	204304	21,2603	1420,0	160460
453	205209	21,2838	1423,1	161171
454	206116	21,3073	1426,3	161883
455	207025	21,3307	1429,4	162597
456	207936	21,3542	1432,6	163313
457	208849	21,3776	1435,7	164030
458	209764	21,4009	1438,8	164748
459	210681	21,4243	1442,0	165468
460	211600	21,4476	1445,1	166190
461	212521	21,4709	1448,3	166914
462	213444	21,4942	1451,4	167639
463	214369	21,5174	1454,6	168365
464	215296	21,5407	1457,7	169093
465	216225	21,5639	1460,8	169823
466	217156	21,5870	1464,0	170554
467	218089	21,6102	1467,1	171287
468	219024	21,6333	1470,3	172021
469	219961	21,6564	1473,4	172757
470	220900	21,6795	1476,5	173494
471	221841	21,7025	1479,7	174234
472	222784	21,7256	1482,8	174974
473	223729	21,7486	1486,0	175716
474	224676	21,7715	1489,1	176460
475	225625	21,7945	1492,3	177205
476	226576	21,8174	1495,4	177952
477	227529	21,8403	1498,5	178701
478	228484	21,8632	1501,7	179451
479	229441	21,8861	1504,8	180203
480	230400	21,9089	1508,0	180956
481	231361	21,9317	1511,1	181711
482	232324	21,9545	1514,2	182467
483	233289	21,9773	1517,4	183225
484	234256	22,0000	1520,5	183984
485	235225	22,0227	1523,7	184745
486	236196	22,0454	1526,8	185508
487	237169	22,0681	1530,0	186272
488	238144	22,0907	1533,1	187038
489	239121	22,1133	1536,2	187805
490	240100	22,1359	1539,4	188574
491	241081	22,1585	1542,5	189345
492	242064	22,1811	1545,7	190117
493	243049	22,2036	1548,8	190890
494	244036	22,2261	1551,9	191665
495	245025	22,2486	1555,1	192442
496	246016	22,2711	1558,2	193221
497	247009	22,2935	1561,4	194000
498	248004	22,3159	1564,5	194782
499	249001	22,3383	1567,7	195565

MATHEMATICAL TABLE

n	n²	√n	π n	π n²/4	n	n²	√n	π n	π n²/4	n	n²	√n	π n	π n²/4	n	n²	√n	π n	π n²/4	n	n²	√n	π n	π n²/4
500	250000	22,3607	1570,8	196350	550	302500	23,4521	1727,9	237583	600	360000	24,4949	1885,0	282743	650	422500	25,4951	2042,0	331831	700	490000	26,4575	2199,1	384845
501	251001	22,3830	1573,9	197136	551	303601	23,4734	1731,0	238448	601	361201	24,5153	1888,1	283687	651	423801	25,5147	2045,2	332853	701	491401	26,4764	2202,3	385945
502	252004	22,4054	1577,1	197923	552	304704	23,4947	1734,2	239314	602	362404	24,5357	1891,2	284631	652	425104	25,5343	2048,3	333876	702	492804	26,4953	2205,4	387047
503	253009	22,4277	1580,2	198713	553	305809	23,5160	1737,3	240182	603	363609	24,5561	1894,4	285578	653	426409	25,5539	2051,5	334901	703	494209	26,5141	2208,5	388151
504	254016	22,4499	1583,4	199504	554	306916	23,5372	1740,4	241051	604	364816	24,5764	1897,5	286526	654	427716	25,5734	2054,6	335927	704	495616	26,5330	2211,7	389256
505	255025	22,4722	1586,5	200296	555	308025	23,5584	1743,6	241922	605	366025	24,5967	1900,7	287475	655	429025	25,5930	2057,7	336955	705	497025	26,5518	2214,8	390363
506	256036	22,4944	1589,6	201090	556	309136	23,5797	1746,7	242795	606	367236	24,6171	1903,8	288426	656	430336	25,6125	2060,9	337985	706	498436	26,5707	2218,0	391471
507	257049	22,5167	1592,8	201886	557	310249	23,6008	1749,9	243669	607	368449	24,6374	1906,9	289379	657	431649	25,6320	2064,0	339016	707	499849	26,5895	2221,1	392580
508	258064	22,5389	1595,9	202683	558	311364	23,6220	1753,0	244545	608	369664	24,6577	1910,1	290333	658	432964	25,6515	2067,2	340049	708	501264	26,6083	2224,2	393692
509	259081	22,5610	1599,1	203482	559	312481	23,6432	1756,2	245422	609	370881	24,6779	1913,2	291289	659	434281	25,6710	2070,3	341083	709	502681	26,6271	2227,4	394805
510	260100	22,5832	1602,2	204282	560	313600	23,6643	1759,3	246301	610	372100	24,6982	1916,4	292247	660	435600	25,6905	2073,5	342119	710	504100	26,6458	2230,5	395919
511	261121	22,6053	1605,4	205084	561	314721	23,6854	1762,4	247181	611	373321	24,7184	1919,5	293206	661	436921	25,7099	2076,6	343157	711	505521	26,6646	2233,7	397035
512	262144	22,6274	1608,5	205887	562	315844	23,7065	1765,6	248063	612	374544	24,7386	1922,7	294166	662	438244	25,7294	2079,7	344196	712	506944	26,6833	2236,8	398153
513	263169	22,6495	1611,6	206692	563	316969	23,7276	1768,7	248947	613	375769	24,7588	1925,8	295128	663	439569	25,7488	2082,9	345237	713	508369	26,7021	2240,0	399272
514	264196	22,6716	1614,8	207499	564	318096	23,7487	1771,9	249832	614	376996	24,7790	1928,9	296092	664	440896	25,7682	2086,0	346279	714	509796	26,7208	2243,1	400393
515	265225	22,6936	1617,9	208307	565	319225	23,7697	1775,0	250719	615	378225	24,7992	1932,1	297057	665	442225	25,7876	2089,2	347323	715	511225	26,7395	2246,2	401515
516	266256	22,7156	1621,1	209117	566	320356	23,7908	1778,1	251607	616	379456	24,8193	1935,2	298024	666	443556	25,8070	2092,3	348368	716	512656	26,7582	2249,4	402639
517	267289	22,7376	1624,2	209928	567	321489	23,8118	1781,3	252497	617	380689	24,8395	1938,4	298992	667	444889	25,8263	2093,4	349415	717	514089	26,7769	2252,5	403765
518	268324	22,7596	1627,3	210741	568	322624	23,8328	1784,4	253388	618	381924	24,8596	1941,5	299962	668	446224	25,8457	2098,6	350464	718	515524	26,7955	2255,7	404892
519	269361	22,7816	1630,5	211556	569	323761	23,8537	1787,6	254281	619	383161	24,8797	1944,6	300934	669	447561	25,8650	2101,7	351514	719	516961	26,8142	2258,8	406020
520	270400	22,8035	1633,6	212372	570	324900	23,8747	1790,7	255176	620	384400	24,8998	1947,8	301907	670	448900	25,8844	2104,9	352565	720	518400	26,8328	2261,9	407150
521	271441	22,8254	1636,8	213189	571	326041	23,8956	1793,8	256072	621	385641	24,9199	1950,9	302882	671	450241	25,9037	2108,0	353618	721	519841	26,8514	2265,1	408282
522	272484	22,8473	1639,9	214008	572	327184	23,9165	1797,0	256970	622	386884	24,9399	1954,1	303858	672	451584	25,9230	2111,2	354673	722	521284	26,8701	2268,2	409415
523	273529	22,8692	1643,1	214829	573	328329	23,9374	1800,1	257869	623	388129	24,9600	1957,2	304836	673	452929	25,9422	2114,3	355730	723	522729	26,8887	2271,4	410550
524	274576	22,8910	1646,2	215651	574	329476	23,9583	1803,3	258770	624	389376	24,9800	1960,4	305815	674	454276	25,9615	2117,4	356788	724	524176	26,9072	2274,5	411687
525	275625	22,9129	1649,3	216475	575	330625	23,9792	1806,4	259672	625	390625	25,0000	1963,5	306796	675	455625	25,9808	2120,6	357847	725	525625	26,9258	2277,7	412825
526	276676	22,9347	1652,5	217301	576	331776	24,0000	1809,6	260576	626	391876	25,0200	1966,6	307779	676	456976	26,0000	2123,7	358908	726	527076	26,9444	2280,8	413965
527	277729	22,9565	1655,6	218128	577	332929	24,0208	1812,7	261482	627	393129	25,0400	1969,8	308763	677	458329	26,0192	2126,9	359971	727	528529	26,9629	2283,9	415106
528	278784	22,9783	1658,8	218956	578	334084	24,0416	1815,8	262389	628	394384	25,0599	1972,9	309748	678	459684	26,0384	2130,0	361035	728	529984	26,9815	2287,1	416248
529	279341	23,0000	1661,9	219787	579	335241	24,0624	1819,0	263298	629	395641	25,0799	1976,1	310736	679	461041	26,0576	2133,1	362101	729	531441	27,0000	2290,2	417393
530	280900	23,0217	1665,0	220618	580	336400	24,0832	1822,1	264208	630	396900	25,0998	1979,2	311725	680	462400	26,0768	2136,3	363168	730	532900	27,0185	2293,4	418539
531	281961	23,0434	1668,2	221452	581	337561	24,1039	1825,3	265120	631	398161	25,1197	1982,3	312715	681	463761	26,0960	2139,4	364237	731	534361	27,0370	2296,5	419686
532	283024	23,0651	1671,3	222287	582	338724	24,1247	1828,4	266033	632	399424	25,1396	1985,5	313707	682	465124	26,1151	2142,6	365308	732	535824	27,0555	2299,6	420835
533	284089	23,0868	1674,5	223123	583	339889	24,1454	1831,6	266948	633	400689	25,1595	1988,6	314700	683	466489	26,1343	2145,7	366380	733	537289	27,0740	2302,8	421986
534	285156	23,1084	1677,6	223961	584	341056	24,1661	1834,7	267865	634	401956	25,1794	1991,8	315696	684	467856	26,1534	2148,8	367453	734	538756	27,0924	2305,9	423138
535	286225	23,1301	1680,8	224801	585	342225	24,1868	1837,8	268783	635	403225	25,1992	1994,9	316692	685	469225	26,1725	2152,0	368528	735	540225	27,1109	2309,1	424292
536	287296	23,1517	1683,9	225642	586	343396	24,2074	1841,0	269703	636	404496	25,2190	1998,1	317690	686	470596	26,1916	2155,1	369605	736	541696	27,1293	2312,2	425447
537	288369	23,1733	1687,0	226484	587	344569	24,2281	1844,1	270624	637	405769	25,2389	2001,2	318690	687	471969	26,2107	2158,3	370634	737	543169	27,1477	2315,4	426604
538	289444	23,1948	1690,2	227329	588	345744	24,2487	1847,3	271547	638	407044	25,2587	2004,3	319692	688	473344	26,2298	2161,4	371764	738	544644	27,1662	2318,5	427762
539	290521	23,2164	1693,3	228175	589	346921	24,2693	1850,4	272471	639	408321	25,2784	2007,5	320695	689	474721	26,2488	2164,6	372845	739	546121	27,1846	2321,6	428922
540	291600	23,2379	1696,5	229022	590	348100	24,2899	1853,5	273397	640	409600	25,2982	2010,6	321699	690	476100	26,2679	2167,7	373928	740	547600	27,2029	2324,8	430084
541	292681	23,2594	1699,6	229871	591	349281	24,3105	1856,7	274325	641	410881	25,3180	2013,8	322705	691	477481	26,2869	2170,8	375013	741	549081	27,2213	2327,9	431247
542	293764	23,2809	1702,7	230722	592	350464	24,3311	1859,8	275254	642	412164	25,3377	2016,9	323713	692	478864	26,3059	2174,0	376099	742	550564	27,2397	2331,1	432412
543	294849	23,3024	1705,9	231574	593	351649	24,3516	1863,0	276184	643	413449	25,3774	2020,0	324722	693	480249	26,3249	2177,1	377187	743	552049	27,2580	2334,2	433578
544	295936	23,3238	1709,0	232428	594	352836	24,3721	1866,1	277117	644	414736	25,3772	2023,2	325733	694	481636	26,3439	2180,3	378276	744	553536	27,2764	2337,3	434746
545	297025	23,3452	1712,2	233283	595	354025	24,3926	1869,2	278051	645	416025	25,3969	2026,3	326745	695	483025	26,3629	2183,4	379367	745	555025	27,2947	2340,5	435916
546	298116	23,3666	1715,3	234140	596	355216	24,4131	1872,4	278986	646	417316	25,4165	2029,5	327759	696	484416	26,3818	2186,5	380459	746	556516	27,3130	2343,6	437087
547	299209	23,3880	1718,5	234998	597	356409	24,4336	1875,5	279923	647	418609	25,4362	2032,6	328775	697	485809	26,4008	2189,7	381553	747	558009	27,3313	2346,8	438259
548	300304	23,4094	1721,6	235858	598	357604	24,4540	1878,7	280862	648	419904	25,4558	2035,8	329792	698	487204	26,4197	2192,8	382649	748	559504	27,3496	2349,9	439433
549	301401	23,4307	1724,7	236720	599	358801	24,4745	1881,8	281802	649	421201	25,4755	2038,9	330810	699	488601	26,4386	2196,0	383746	749	561001	27,3679	2353,1	440609

MATHEMATICAL TABLE

n	n^2	$\sqrt{n}$	πn	$\frac{\pi n^2}{4}$
750	562500	27,3861	2356,2	441786
751	564001	27,4044	2359,3	442965
752	565504	27,4226	2362,5	444146
753	567009	27,4408	2365,6	445328
754	568516	27,4591	2368,8	446511
755	570025	27,4773	2371,9	447697
756	571536	27,4955	2375,0	448883
757	573049	27,5136	2378,2	450072
758	574564	27,5318	2381,3	451262
759	576081	27,5500	2384,5	452453
760	577600	27,5681	2387,6	453646
761	579121	27,5862	2390,8	454841
762	580644	27,6043	2393,9	456037
763	582169	27,6225	2397,0	457234
764	583696	27,6405	2400,2	458434
765	585225	27,6586	2403,3	459635
766	586756	27,6767	2406,5	460837
767	588289	27,6948	2409,6	462041
768	589824	27,7128	2412,7	463247
769	591361	27,7308	2415,9	464454
770	592900	27,7489	2419,0	465663
771	594441	27,7669	2422,2	466873
772	595984	27,7849	2425,3	468095
773	597529	27,8029	2428,5	469298
774	599076	27,8209	2431,6	470513
775	600625	27,8388	2434,7	471730
776	602176	27,8568	2437,9	472948
777	603729	27,8747	2441,0	474168
778	605284	27,8927	2444,2	475389
779	606841	27,9106	2447,3	476612
780	608400	27,9285	2450,4	477836
781	609961	27,9464	2453,6	479062
782	611524	27,9643	2456,7	480290
783	613089	27,9821	2459,9	481519
784	614656	28,0000	2463,0	482750
785	616225	28,0179	2466,2	483982
786	617796	28,0357	2469,3	485216
787	619369	28,0535	2472,4	486451
788	620944	28,0713	2475,6	487688
789	622521	28,0891	2478,7	488927
790	624100	28,1069	2481,9	490167
791	625681	28,1247	2485,0	491409
792	627264	28,1425	2488,1	492652
793	628849	28,1603	2491,3	493897
794	630436	28,1780	2494,4	495143
795	632025	28,1957	2497,6	496391
796	633616	28,2135	2500,7	497641
797	635209	28,2312	2503,8	498892
798	636804	28,2489	2507,0	500145
799	638401	28,2666	2510,1	501399

n	n^2	$\sqrt{n}$	πn	$\frac{\pi n^2}{4}$
800	640000	28,2843	2513,3	502655
801	641601	28,3019	2516,4	503912
802	643204	28,3196	2519,6	505171
803	644809	28,3373	2522,7	506432
804	646416	28,3549	2525,8	507694
805	648025	28,3725	2529,0	508958
806	649636	28,3901	2532,1	510223
807	651249	28,4077	2535,3	511490
808	652864	28,4253	2538,4	512758
809	654481	28,4429	2541,5	514028
810	656100	28,4605	2544,7	515300
811	657721	28,4781	2547,8	516573
812	659344	28,4956	2551,0	517848
813	660969	28,5132	2554,1	519124
814	662596	28,5307	2557,3	520402
815	664225	28,5482	2560,4	521681
816	665856	28,5657	2563,5	522962
817	667489	28,5832	2566,7	524245
818	669124	28,6007	2569,8	525529
819	670761	28,6182	2573,0	526814
820	672400	28,6356	2576,1	528102
821	674041	28,6531	2579,2	529391
822	675684	28,6705	2582,4	530681
823	677329	28,6880	2585,5	531973
824	678976	28,7054	2588,7	533267
825	680625	28,7228	2591,8	534562
826	682276	28,7402	2595,0	535858
827	683929	28,7576	2598,1	537157
828	685584	28,7750	2601,2	538456
829	687241	28,7924	2604,4	539758
830	688900	28,8097	2607,5	541061
831	690561	28,8271	2610,7	542365
832	692224	28,8444	2613,8	543671
833	693889	28,8617	2616,9	544979
834	695556	28,8791	2620,1	546288
835	697225	28,8964	2623,2	547599
836	698896	28,9137	2626,4	548912
837	700569	28,9310	2629,5	550226
838	702244	28,9482	2632,7	551541
839	703921	28,9655	2635,8	552858
840	705600	28,9828	2638,9	554177
841	707281	29,0000	2642,1	555497
842	708964	29,0172	2645,2	556819
843	710649	29,0345	2648,4	558142
844	712336	29,0517	2651,5	559467
845	714025	29,0689	2654,6	560794
846	715716	29,0861	2657,8	562122
847	717409	29,1033	2660,9	563452
848	719104	29,1204	2664,1	564783
849	720801	29,1376	2667,2	566116

n	n^2	$\sqrt{n}$	πn	$\frac{\pi n^2}{4}$
850	722500	29,1548	2670,4	567450
851	724201	29,1719	2673,5	568786
852	725904	29,1890	2676,6	570124
853	727609	29,2062	2679,8	571463
854	729316	29,2233	2682,9	572803
855	731025	29,2404	2686,1	574146
856	732736	29,2575	2689,2	575490
857	734449	29,2746	2692,3	576835
858	736164	29,2916	2695,5	578182
859	737881	29,3087	2698,6	579530
860	739600	29,3258	2701,8	580880
861	741321	29,3428	2704,9	582232
862	743044	29,3598	2708,1	583585
863	744769	29,3769	2711,2	584940
864	746496	29,3939	2714,3	586297
865	748225	29,4109	2717,5	587655
866	749956	29,4279	2720,6	589014
867	751689	29,4449	2723,8	590375
868	753424	29,4618	2726,9	591738
869	755161	29,4788	2730,0	593102
870	756900	29,4958	2733,2	594468
871	758641	29,5127	2736,3	595835
872	760384	29,5296	2739,5	597204
873	762129	29,5466	2742,6	598575
874	763876	29,5635	2745,8	599947
875	765625	29,5804	2748,9	601320
876	767376	29,5973	2752,0	602696
877	769129	29,6142	2755,2	604073
878	770884	29,6311	2758,3	605451
879	772641	29,6479	2761,5	606831
880	774400	29,6648	2764,6	608212
881	776161	29,6816	2767,7	609595
882	777924	29,6985	2770,9	610980
883	779689	29,7153	2774,0	612366
884	781456	29,7321	2777,2	613754
885	783225	29,7489	2780,3	615143
886	784996	29,7658	2783,5	616534
887	786769	29,7825	2786,6	617927
888	788544	29,7993	2789,7	619321
889	790321	29,8161	2792,9	620717
890	792100	29,8329	2796,0	622114
891	793881	29,8496	2799,2	623513
892	795664	29,8664	2802,3	624913
893	797449	29,8831	2805,4	626315
894	799236	29,8998	2808,6	627718
895	801025	29,9166	2811,7	629124
896	802816	29,9333	2814,9	630530
897	804609	29,9500	2818,0	631938
898	806404	29,9666	2821,2	633348
899	808201	29,9833	2824,3	634760

n	n^2	$\sqrt{n}$	πn	$\frac{\pi n^2}{4}$
900	810000	30,0000	2827,4	636173
901	811801	30,0167	2830,6	637587
902	813604	30,0333	2833,7	639003
903	815409	30,0500	2836,9	640421
904	817216	30,0666	2840,0	641840
905	819025	30,0832	2843,1	643261
906	820836	30,0998	2846,3	644683
907	822649	30,1164	2849,4	646107
908	824464	30,1330	2852,6	647533
909	826281	30,1496	2855,7	648960
910	828100	30,1662	2858,8	650388
911	829921	30,1828	2862,0	651818
912	831744	30,1993	2865,1	653250
913	833569	30,2159	2868,3	654684
914	835396	30,2324	2871,4	656118
915	837225	30,2490	2874,6	657555
916	839056	30,2655	2877,7	658993
917	840889	30,2820	2880,8	660433
918	842724	30,2985	2884,0	661874
919	844561	30,3150	2887,1	663317
920	846400	30,3315	2890,3	664761
921	848241	30,3480	2893,4	666207
922	850084	30,3645	2896,5	667654
923	851929	30,3809	2899,7	669103
924	853776	30,3974	2902,8	670554
925	855625	30,4138	2906,0	672006
926	857476	30,4302	2909,1	673460
927	859329	30,4467	2912,3	674915
928	861184	30,4631	2915,4	676372
929	863041	30,4795	2918,5	677831
930	864900	30,4959	2921,7	679291
931	866761	30,5123	2924,8	680752
932	868624	30,5287	2928,0	682216
933	870489	30,5450	2931,1	683680
934	872356	30,5614	2934,2	685147
935	874225	30,5778	2937,4	686615
936	876096	30,5941	2940,5	688084
937	877969	30,6105	2943,7	689555
938	879844	30,6268	2946,8	691028
939	881721	30,6431	2950,0	692502
940	883600	30,6594	2953,1	693978
941	885481	30,6757	2956,2	695455
942	887364	30,6920	2959,4	696934
943	889249	30,7083	2962,5	698415
944	891136	30,7246	2965,7	699897
945	893025	30,7409	2968,8	701380
946	894916	30,7571	2971,9	702865
947	896809	30,7734	2975,1	704352
948	898704	30,7896	2978,2	705840
949	900601	30,8058	2981,4	707330

n	n^2	$\sqrt{n}$	πn	$\frac{\pi n^2}{4}$
950	902500	30,8221	2984,5	708822
951	904401	30,8383	2987,7	710315
952	906304	30,8545	2990,8	711809
953	908209	30,8707	2993,9	713306
954	910116	30,8869	2997,1	714803
955	912025	30,9031	3000,2	716303
956	913936	30,9192	3003,4	717804
957	915849	30,9354	3006,5	719306
958	917764	30,9516	3009,6	720810
959	919681	30,9677	3012,8	722316
960	921600	30,9839	3015,9	723823
961	923521	31,0000	3019,1	725332
962	925444	31,0161	3022,2	726842
963	927369	31,0322	3025,4	728354
964	929296	31,0483	3028,5	729867
965	931225	31,0644	3031,6	731382
966	933156	31,0805	3034,8	732899
967	935089	31,0966	3037,9	734417
968	937024	31,1127	3041,1	735937
969	938961	31,1288	3044,2	737458
970	940900	31,1448	3047,3	738981
971	942841	31,1609	3050,5	740506
972	944784	31,1769	3053,6	742032
973	946729	31,1929	3056,8	743559
974	948676	31,2090	3059,9	745088
975	950625	31,2250	3063,1	746619
976	952576	31,2410	3066,2	748151
977	954529	31,2570	3069,3	749685
978	956484	31,2730	3072,5	751221
979	958441	31,2890	3075,6	752758
980	960400	31,3050	3078,8	754296
981	962361	31,3209	3081,9	755837
982	964324	31,3369	3085,0	757378
983	966289	31,3528	3088,2	758922
984	968256	31,3688	3091,3	760466
985	970225	31,3847	3094,5	762013
986	972196	31,4006	3097,6	763561
987	974169	31,4166	3100,8	765111
988	976144	31,4325	3103,9	766662
989	978121	31,4484	3107,0	768214
990	980100	31,4643	3110,2	769769
991	982081	31,4802	3113,3	771325
992	984064	31,4960	3116,5	772882
993	986049	31,5119	3119,6	774441
994	988036	31,5278	3122,7	776002
995	990025	31,5436	3125,9	777564
996	992016	31,5595	3129,0	779128
997	994009	31,5753	3132,2	780693
998	996004	31,5911	3135,3	782260
999	998001	31,6070	3138,5	783828

TABLE - VI

LOGARITHMIC AND ANTILOGARITHMIC TABLES

LOGARITHMS

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Mean Differences								
											1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	00000	00432	00860	01284	01703						42	86	127	170	212	254	297	339	381
						02119	02531	02938	03342	03743	38	81	121	162	202	242	283	323	364
11	04139	04532	04922	05308	05690						35	77	116	154	193	232	270	309	348
						06070	06446	06819	07188	07555	32	74	111	148	185	222	259	296	333
12	07918	08279	08636	08991	09342						30	71	106	142	177	213	248	284	319
						09691	10037	10380	10721	11059	28	68	102	136	170	204	238	272	307
13	11394	11727	12057	12385	12710						26	66	98	131	164	197	229	262	295
						13033	13354	13672	13988	14301	32	63	95	126	158	190	221	253	284
14	14613	14922	15229	15534	15836						30	61	91	122	152	183	213	244	274
						16137	16435	16732	17026	17319	29	59	88	118	147	177	206	236	265
15	17609	17898	18184	18469	18752						28	57	85	114	142	171	199	228	256
						19033	19312	19590	19866	20140	28	55	83	110	138	165	193	221	248
16	20412	20683	20952	21219	21484						27	53	80	107	134	160	187	214	240
						21748	22011	22272	22531	22789	26	52	78	104	130	156	182	208	233
17	23045	23300	23553	23805	24055						26	50	76	101	126	151	176	201	227
						24304	24551	24797	25042	25285	25	49	73	98	122	147	171	196	220
18	25527	25768	26007	26245	26482						24	48	71	95	119	143	167	190	214
						26717	26951	27184	27416	27646	23	46	69	93	116	139	162	185	208
19	27875	28103	28330	28556	28780						23	45	68	90	113	135	158	180	203
						29003	29226	29447	29667	29885	22	44	66	88	110	132	154	176	198
20	30103	30320	30535	30750	30963	31175	31387	31597	31806	32015	21	43	64	85	106	127	148	170	190
21	32222	32428	32634	32838	33041	33244	33445	33646	33846	34044	20	41	61	81	101	121	141	162	182
22	34242	34439	34635	34830	35025	35218	35411	35603	35793	35984	20	39	58	77	97	116	135	154	174
23	36173	36361	36549	36736	36922	37107	37291	37475	37658	37840	19	37	56	74	93	111	130	148	167
24	38021	38202	38382	38561	38739	38917	39094	39270	39445	39620	18	35	53	71	89	106	124	142	159
25	39794	39967	40140	40312	40483	40654	40824	40993	41162	41330	17	34	51	68	85	102	119	136	153
26	41497	41664	41830	41996	42160	42325	42488	42651	42813	42975	16	33	49	66	82	98	115	131	148
27	43136	43297	43457	43616	43775	43933	44091	44248	44404	44560	16	32	47	63	79	95	111	126	142
28	44716	44871	45025	45179	45332	45484	45637	45788	45939	46090	15	30	46	61	76	91	107	122	137
29	46240	46389	46538	46687	46835	46982	47129	47276	47422	47567	15	29	44	59	74	88	103	118	132
30	47712	47857	48001	48144	48287	48430	48572	48714	48855	48996	14	29	43	57	72	86	100	114	129
31	49136	49276	49415	49554	49693	49831	49969	50106	50243	50379	14	28	41	55	69	83	97	110	124
32	50515	50651	50786	50920	51055	51188	51322	51455	51587	51720	13	27	40	54	67	80	94	107	121
33	51851	51983	52114	52244	52375	52504	52634	52763	52892	53020	13	26	39	52	65	78	91	104	117
34	53148	53275	53403	53529	53656	53782	53908	54033	54158	54283	13	25	38	50	63	76	88	101	113
35	54407	54531	54654	54777	54900	55023	55145	55267	55388	55509	12	24	37	49	61	73	85	98	110
36	55630	55751	55871	55991	56110	56229	56348	56467	56585	56703	12	24	36	48	60	71	83	95	107
37	56820	56937	57054	57171	57287	57403	57519	57634	57749	57864	12	23	35	46	58	70	81	93	104
38	57978	58092	58206	58320	58433	58546	58659	58771	58883	58995	11	23	34	45	57	68	79	90	102
39	59106	59218	59329	59439	59550	59660	59770	59879	59988	60097	11	22	33	44	55	66	77	88	99
40	60206	60314	60423	60531	60638	60746	60853	60959	61066	61172	11	21	32	43	54	64	75	86	97
41	61278	61384	61490	61595	61700	61805	61909	62014	62118	62221	10	21	31	42	51	63	74	84	95
42	62325	62428	62531	62634	62737	62839	62941	63043	63144	63246	10	20	31	41	51	61	71	82	92
43	63347	63448	63548	63649	63749	63849	63949	64048	64147	64246	10	20	30	40	50	60	70	80	90
44	64345	64444	64542	64640	64738	64836	64933	65031	65128	65225	10	20	29	39	49	59	68	78	88
45	65321	65418	65514	65610	65706	65801	65896	65992	66087	66181	10	19	29	38	48	57	67	76	86
46	66276	66370	66464	66558	66652	66745	66839	66932	67025	67117	9	19	28	37	47	56	65	74	84
47	67210	67302	67394	67486	67578	67669	67761	67852	67943	68034	9	18	27	36	46	55	64	73	82
48	68124	68215	68305	68395	68485	68574	68664	68753	68842	68931	9	18	27	36	45	53	63	72	81
49	69020	69108	69197	69285	69373	69461	69548	69636	69723	69810	9	18	26	35	44	53	62	70	79

LOGARITHMS

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Mean Differences								
											1	2	3	4	5	6	7	8	9
50	69897	69984	70070	70157	70243	70329	70415	70501	70586	70672	9	17	26	34	43	52	60	69	77
51	70757	70842	70927	71012	71096	71181	71265	71349	71433	71517	8	17	25	34	42	51	59	67	76
52	71600	71684	71767	71850	71933	72016	72099	72181	72263	72346	8	17	25	33	42	50	58	66	75
53	72428	72509	72591	72673	72754	72835	72916	72997	73078	73159	8	16	24	32	41	49	57	65	73
54	73239	73320	73400	73480	73560	73640	73719	73799	73878	73957	8	16	24	32	40	48	56	64	72
55	74036	74115	74194	74273	74351	74429	74507	74586	74663	74741	8	16	23	31	39	47	55	62	70
56	74819	74896	74974	75051	75128	75205	75282	75358	75435	75511	8	15	23	31	39	46	54	62	69
57	75587	75664	75740	75815	75891	75967	76042	76118	76193	76268	8	15	23	30	38	45	53	60	68
58	76343	76418	76492	76567	76641	76716	76790	76864	76938	77012	7	15	22	30	37	45	52	59	67
59	77085	77159	77232	77305	77379	77452	77525	77597	77670	77743	7	15	22	29	37	44	51	58	66
60	77815	77887	77960	78032	78104	78176	78247	78319	78390	78462	7	14	22	29	36	43	50	57	65
61	78533	78604	78675	78746	78817	78888	78958	79029	79099	79169	7	14	21	28	35	42	59	56	64
62	79239	79309	79379	79449	79518	79588	79657	79727	79796	79865	7	14	21	28	35	42	49	56	63
63	79934	80003	80072	80140	80209	80277	80346	80414	80482	80550	7	14	20	27	34	41	48	55	62
64	80618	80686	80754	80821	80889	80956	81023	81090	81158	81224	7	13	20	27	34	40	47	54	60
65	81291	81358	81425	81491	81558	81624	81690	81757	81823	81889	7	13	20	26	33	40	46	53	59
66	81954	82020	82086	82151	82217	82282	82347	82413	82478	82543	7	13	20	26	33	39	46	52	59
67	82607	82672	82737	82802	82866	82930	82995	83059	83123	83187	6	13	19	26	32	39	45	52	58
68	83251	83315	83378	83442	83506	83569	83632	83696	83759	83822	6	13	19	25	32	38	44	50	57
69	83885	83948	84011	84073	84136	84198	84261	84323	84386	84448	6	13	19	25	31	37	44	50	56
70	84510	84572	84634	84696	84757	84819	84880	84942	85003	85065	6	12	19	25	31	37	43	59	55
71	85126	85187	85248	85309	85370	85431	85491	85552	85612	85673	6	12	18	24	30	36	42	49	55
72	85733	85794	85854	85914	85974	86034	86094	86153	86213	86273	6	12	18	24	30	36	42	48	54
73	86332	86392	86451	86510	86570	86629	86688	86747	86806	86864	6	12	18	24	30	35	41	47	53
74	86923	86982	87040	87099	87157	87216	87274	87332	87390	87448	6	12	18	23	29	35	41	47	62
75	87506	87564	87622	87679	87737	87795	87852	87910	87967	88024	6	12	17	23	29	35	40	46	52
76	88081	88138	88195	88252	88309	88366	88423	88480	88536	88593	6	11	17	23	29	34	40	46	51
77	88649	88705	88762	88818	88874	88930	88986	89042	89098	89154	6	11	17	22	28	34	39	45	50
78	89209	89265	89321	89376	89432	89487	89542	89597	89653	89708	6	11	17	22	28	33	39	44	50
79	89763	89818	89873	89927	89982	90037	90091	90146	90200	90255	5	11	16	22	27	33	38	44	49
80	90309	90363	90417	90472	90526	90580	90634	90687	90741	90795	5	11	16	22	27	32	38	43	49
81	90849	90902	90956	91009	91062	91116	91169	91222	91275	91328	5	11	16	21	27	32	37	42	48
82	91381	91434	91487	91540	91593	91645	91698	91751	91803	91855	5	11	16	21	27	32	37	42	47
83	91908	91960	92012	92065	92117	92169	92221	92273	92324	92376	5	10	16	21	26	31	36	42	47
84	92428	92480	92531	92583	92634	92686	92737	92788	92840	92891	5	10	15	21	26	31	36	41	46
85	92942	92993	93044	93095	93146	93197	93247	93298	93349	93399	5	10	15	20	26	30	36	41	46
86	93450	93500	93551	93601	93651	93702	93752	93802	93852	93902	5	10	15	20	25	30	35	40	45
87	93952	94002	94052	94101	94151	94201	94250	94300	94349	94399	5	10	15	20	25	30	35	40	45
88	94448	94498	94547	94596	94645	94694	94743	94792	94841	94890	5	10	15	20	25	29	34	39	44
89	94939	94988	95036	95085	95134	95182	95231	95279	95328	95376	5	10	15	19	24	29	34	39	44
90	95424	95472	95521	95569	95617	95665	95713	95761	95809	95856	5	10	14	19	24	29	34	38	43
91	95904	95952	95999	96047	96095	96142	96190	96237	96284	96332	5	9	14	19	24	29	33	38	42
92	96379	96426	96473	96520	96567	96614	96661	96708	96755	96802	5	9	14	19	24	28	33	38	42
93	96848	96895	96942	96988	97035	97081	97128	97174	97220	97267	5	9	14	18	23	28	33	37	42
94	97313	97359	97405	97451	97497	97543	97589	97635	97681	97727	5	9	14	18	23	28	32	37	41
95	97772	97818	97864	97909	97955	98000	98046	98091	98137	98182	5	9	14	18	23	27	32	36	41
96	98227	98272	98318	98363	98408	98453	98498	98543	98588	98632	5	9	14	18	23	27	32	36	41
97	98677	98722	98767	98811	98856	98900	98945	98989	99034	99078	4	9	13	18	22	27	31	36	40
98	99123	99167	99211	99255	99300	99344	99388	99432	99476	99520	4	9	13	18	22	26	31	35	40
99	99564	99607	99651	99695	99739	99782	99826	99870	99913	99957	4	9	13	17	22	26	30	35	39

ANTILOGARITHMS

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Mean Differences 1	2	3	4	5	6	7	8	9
.00	10000	10023	10046	10069	10093	10116	10139	10162	10186	10209	2	5	7	9	12	14	16	19	21
.01	10233	10257	10280	10304	10328	10351	10375	10399	10423	10447	2	5	7	10	12	14	17	19	21
.02	10471	10495	10520	10544	10568	10593	10617	10641	10666	10691	2	5	7	10	12	15	17	20	22
.03	10715	10740	10765	10789	10814	10839	10864	10889	10914	10940	3	5	8	10	13	15	18	20	23
.04	10965	10990	11015	11041	11066	11092	11117	11143	11169	11194	3	5	8	10	13	15	18	20	23
.05	11220	11246	11272	11298	11324	11350	11376	11402	11429	11455	3	5	8	11	13	16	18	21	24
.06	11482	11508	11535	11561	11588	11614	11641	11668	11695	11722	3	5	8	11	13	16	19	21	24
.07	11749	11776	11803	11830	11858	11885	11912	11940	11967	11995	3	5	8	11	14	16	19	22	25
.08	12023	12050	12078	12106	12134	12162	12190	12218	12246	12274	3	6	8	11	14	17	20	22	25
.09	12303	12331	12359	12388	12417	12445	12474	12503	12531	12560	3	6	9	11	14	17	20	23	26
.10	12589	12618	12647	12677	12706	12735	12764	12794	12823	12853	3	6	9	12	15	18	21	24	26
.11	12882	12912	12942	12972	13002	13032	13062	13092	13122	13152	3	6	9	12	15	18	21	24	27
.12	13183	13213	13243	13274	13305	13335	13366	13397	13428	13459	3	6	9	12	15	18	21	25	28
.13	13490	13521	13552	13583	13614	13646	13677	13709	13740	13772	3	6	9	13	16	19	22	25	28
.14	13804	13836	13868	13900	13932	13964	13996	14028	14060	14093	3	6	10	13	16	19	22	26	29
.15	14125	14158	14191	14223	14256	14289	14322	14355	14388	14421	3	7	10	13	16	20	23	26	30
.16	14454	14488	14521	14555	14588	14622	14655	14689	14723	14757	3	7	10	13	17	20	24	27	30
.17	14791	14825	14859	14894	14928	14962	14997	15031	15066	15101	3	7	10	14	17	21	24	28	31
.18	15136	15171	15205	15241	15276	15311	15346	15382	15417	15453	4	7	11	14	18	21	25	28	32
.19	15488	15524	15560	15596	15631	15668	15704	15740	15776	15812	4	7	11	14	18	22	25	29	32
.20	15849	15885	15922	15959	15996	16032	16069	16106	16144	16181	4	7	11	15	18	22	26	30	33
.21	16218	16255	16293	16331	16368	16406	16444	16482	16520	16558	4	8	11	15	19	23	26	30	34
.22	16596	16634	16672	16711	16749	16788	16827	16866	16904	16943	4	8	12	15	19	23	27	31	35
.23	16982	17022	17061	17100	17140	17179	17219	17258	17298	17338	4	8	12	16	20	24	28	32	36
.24	17378	17418	17458	17498	17539	17579	17620	17660	17701	17742	4	8	12	16	20	24	28	32	36
.25	17783	17824	17865	17906	17947	17989	18030	18072	18113	18155	4	8	12	17	21	25	29	33	37
.26	18197	18239	18281	18323	18365	18408	18450	18493	18535	18578	4	8	13	17	21	25	30	34	38
.27	18621	18664	18707	18750	18793	18836	18880	18923	18967	19011	4	9	13	17	22	26	30	35	39
.28	19055	19099	19143	19187	19231	19275	19320	19364	19409	19454	4	9	13	18	22	26	31	35	40
.29	19498	19543	19588	19634	19679	19724	19770	19815	19861	19907	5	9	14	18	23	27	32	36	41
.30	19953	19999	20045	20091	20137	20184	20230	20277	20324	20370	5	9	14	19	23	28	32	37	42
.31	20417	20464	20512	20559	20606	20654	20701	20749	20797	20845	5	10	14	19	24	29	33	38	43
.32	20893	20941	20989	21038	21086	21135	21184	21232	21281	21330	5	10	15	19	24	29	34	39	44
.33	21380	21429	21478	21528	21577	21627	21677	21727	21777	21827	5	10	15	20	25	30	35	40	45
.34	21878	21928	21979	22029	22080	22131	22182	22233	22284	22336	5	10	15	20	25	31	36	41	46
.35	22387	22439	22491	22542	22594	22646	22699	22751	22803	22856	5	10	16	21	26	31	37	42	47
.36	22909	22961	23014	23067	23121	23174	23227	23281	23336	23388	5	11	16	21	27	32	37	43	48
.37	23442	23496	23550	23605	23659	23714	23768	23823	23878	23933	5	11	16	22	27	33	38	44	49
.38	23988	24044	24099	24155	24210	24266	24322	24378	24434	24491	6	11	17	22	28	34	39	45	50
.39	24547	24604	24660	24717	24774	24831	24889	24946	25003	25061	6	11	17	23	29	34	40	46	51
.40	25119	25177	25236	25293	25351	25410	25468	25527	25586	25645	6	12	18	23	29	35	41	47	53
.41	25704	25763	25823	25882	25942	26002	26062	26122	26182	26242	6	12	18	24	30	36	42	48	54
.42	26303	26363	26424	26485	26546	26607	26669	26730	26792	26853	6	12	18	24	31	37	43	49	55
.43	26915	26977	27040	27102	27164	27227	27290	27353	27416	27479	6	13	19	25	31	38	44	50	56
.44	27542	27606	27669	27733	27797	27861	27925	27990	28054	28119	6	13	19	26	32	39	45	51	58
.45	28184	28249	28314	28379	28445	28510	28576	28642	28708	28774	7	13	20	26	33	39	46	52	59
.46	28840	28907	28973	29040	29107	29174	29242	29309	29376	29444	7	13	20	27	34	40	47	54	60
.47	29512	29580	29648	29717	29785	29854	29923	29992	30061	30130	7	14	21	28	34	41	48	55	62
.48	30200	30269	30339	30409	30479	30549	30620	30690	30761	30832	7	14	21	28	35	42	49	56	63
.49	30903	30974	31046	31117	31189	31261	31333	31405	31477	31550	7	14	22	29	36	43	50	58	65

ANTILOGARITHMS

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Mean Differences								
											1	2	3	4	5	6	7	8	9
50	31623	31696	31769	31842	31916	31989	32063	32137	32211	32285	7	15	22	29	37	44	52	59	66
51	32359	32434	32509	32584	32659	32735	32809	32885	32961	33037	8	15	23	30	38	45	53	60	68
.52	33113	33189	33266	33343	33420	33497	33574	33651	33729	33806	8	15	23	31	39	46	54	62	69
.53	33884	33963	34041	34119	34198	34277	34356	34435	34514	34594	8	16	24	32	40	47	55	63	71
.54	34674	34754	34834	34914	34995	35075	35156	35237	35318	35400	8	16	24	32	40	48	56	65	73
.55	35481	35563	35645	35727	35810	35892	35975	36058	36141	36224	8	16	25	33	41	50	58	66	74
.56	36308	36392	36475	36559	36644	36728	36813	36898	36983	37068	8	17	25	34	42	51	59	68	76
.57	37154	37239	37325	37411	37497	37584	37670	37757	37844	37931	9	17	26	35	43	52	61	69	78
.58	38019	38107	38194	38282	38371	38459	38548	38637	38726	38815	9	18	27	35	44	53	62	71	80
.59	38905	38994	39084	39174	39264	39335	39446	39537	39628	39719	9	18	27	36	45	54	63	72	82
.60	39811	39902	39994	40087	40179	40272	40365	40458	40551	40644	9	19	28	37	46	56	65	74	83
.61	40738	40832	40926	41020	41115	41210	41305	41400	41495	41591	9	19	28	38	47	57	66	76	85
.62	41687	41783	41879	41976	72073	42170	42267	42364	42462	42560	10	19	29	39	49	58	68	78	87
.63	42658	42756	42855	42954	43053	43152	43251	43351	43451	43551	10	20	30	40	50	60	70	80	89
.64	43652	43752	43853	43954	44055	44157	44259	44361	44463	44566	10	20	30	41	51	61	71	81	91
.65	44668	44771	44875	44978	45082	45186	45290	45394	45499	45604	10	21	31	42	52	62	73	83	94
.66	45709	45814	45920	46026	46132	46238	46345	46452	46559	46666	11	21	32	43	53	64	75	85	96
.67	46774	46881	46989	47098	47206	47315	47424	47534	47643	47753	11	22	33	44	54	65	76	87	98
.68	47863	47973	48084	48195	48306	48417	48529	48641	48753	48865	11	22	33	45	56	67	78	89	100
69	48978	49091	49204	49317	49431	49545	49659	49774	49888	50003	11	23	34	46	57	68	80	91	103
.70	50119	50234	90350	50466	50582	50699	50816	50933	51050	51168	12	23	35	47	58	70	82	93	105
.71	51286	51404	51523	51642	51761	51880	52000	52119	52240	52360	12	24	36	48	60	72	84	96	108
.72	52481	52602	52723	52845	52966	53088	53211	53333	53456	53580	12	24	37	49	61	73	85	98	110
.73	53703	53827	53951	54075	54200	54325	54450	54576	54702	54828	13	25	38	50	63	75	88	100	113
.74	54954	55081	55208	55336	55463	55590	55719	55847	55976	56105	13	26	38	51	64	77	90	102	115
.75	56234	56364	56494	56624	56754	56885	57016	57148	57280	57412	13	26	39	52	66	79	92	105	118
76	57544	57677	57810	57943	58076	58210	58345	58479	58614	58749	13	27	40	54	67	80	94	107	121
.77	58884	59020	59156	59293	59429	59566	59704	59704	59979	60117	14	22	41	55	69	82	96	110	123
.78	60256	60395	60534	60674	60814	60954	61094	61235	61376	61518	14	28	42	56	70	84	98	112	126
79	61659	61802	61944	62087	62230	62373	62517	62661	62806	62951	14	29	43	58	72	86	101	115	130
.80	63096	63241	63387	63533	63680	63826	63973	64121	64269	64417	15	29	44	59	74	88	103	118	132
.81	64565	64714	64863	65013	65163	65313	65464	65615	65766	65917	15	30	45	60	75	90	105	120	135
.82	66069	66222	66374	66527	66681	66834	66988	67143	67298	67453	15	31	46	62	77	92	108	123	139
.83	67608	67764	67920	68077	68234	68391	68549	68707	68865	69024	16	32	47	63	79	95	110	126	142
.84	69183	69343	69503	69663	69823	69984	70146	70307	70469	70632	16	32	48	64	81	97	113	129	145
.85	70795	70958	71121	71285	71450	71614	71779	71945	72111	72277	17	33	50	66	83	99	116	132	149
.86	72444	72611	72778	72946	73114	73282	73451	73621	73790	73961	17	34	51	68	85	101	118	135	152
.87	74131	74302	74473	74645	74817	74989	75162	75336	75509	75683	17	35	52	69	87	104	121	138	156
.88	75858	76033	76208	76384	76560	76736	76913	77090	77268	77446	18	35	53	71	89	107	125	142	159
.89	77625	77804	77983	78163	78343	78524	78705	78886	79068	79250	18	36	54	72	91	109	127	145	163
.90	79433	79616	79799	79983	80168	80353	80538	80724	80910	81096	19	37	56	74	93	111	130	148	167
91	81283	81479	81658	81846	82035	82224	82414	82604	82794	82985	19	38	57	76	95	114	132	151	170
.92	83176	83368	83580	83753	83946	84140	84333	84528	84723	84918	19	39	58	78	97	116	136	155	175
.93	85114	85310	85507	85704	85901	86099	86298	86497	86696	86896	20	40	60	79	99	119	189	158	178
.94	87096	87297	87498	87700	87902	88105	88308	88512	88716	88920	20	41	61	81	102	122	142	162	183
.95	89125	89331	89536	89743	89950	90157	90365	90573	90782	90991	21	42	62	83	104	125	146	166	187
.96	91201	91411	91622	91833	92045	92257	92470	92683	92897	93111	21	42	64	85	106	127	148	170	191
.97	93325	93541	93756	93972	94189	94406	94624	94842	95060	95280	22	43	65	87	109	130	152	174	195
98	95499	95719	95940	96161	96383	96605	96828	97051	97275	97499	22	44	67	89	111	133	155	178	200
.99	97724	97949	98175	98401	98628	98855	99083	99312	99541	99770	23	46	68	91	114	137	160	182	206

TABLE - VII

TRIGNOMATRICAL TABLES

NATURAL SINES

Degrees	0' 0°.0	6' 0°.1	12' 0°.2	18' 0°.3	24' 0°.4	30' 0°.5	36' 0°.6	42' 0°.7	48' 0°.8	54' 0°.9	Mean Differences 1	2	3	4	5
0	00000	00175	00349	00524	00698	00873	01047	01222	01396	01571	29	58	87	117	145
1	01745	01920	02094	02269	02443	02618	02792	02967	03141	03316	29	58	87	117	145
2	.03490	03664	03839	04013	04188	04362	04536	04711	04885	05059	29	58	87	116	145
3	.05234	05408	05582	05756	05931	06105	06279	06453	06627	06802	29	58	87	116	145
4	.06976	07150	07324	07498	07672	07846	08020	08194	08368	08542	29	58	87	116	145
5	08716	08889	09063	09237	09411	09585	09758	09932	10106	10279	29	58	87	116	145
6	10453	10626	10800	10973	11147	11320	11494	11667	11840	12014	29	58	87	116	145
7	.12187	12360	12533	12706	12880	13053	13226	13399	13572	13744	29	58	87	115	144
8	.13917	14090	14263	14436	14608	14781	14954	15126	15299	15471	29	58	86	115	144
9	.15643	15816	15988	16160	16333	16505	16677	16849	17021	17193	29	57	86	115	144
10	.17365	17537	17708	17880	18052	18224	18395	18567	18738	18910	29	57	86	114	143
11	.19081	19252	19423	19595	19766	19937	20108	20279	20450	20620	29	57	86	114	143
12	20791	20962	21132	21303	21474	21644	21814	21985	22155	22325	28	57	85	114	142
13	.22495	22665	22835	23005	23175	23345	23514	23684	23853	24023	28	57	85	113	141
14	24192	24362	24531	24700	24869	25038	25207	25376	25545	25713	28	56	85	113	141
15	25882	26050	26219	26387	26556	26724	26892	27060	27228	27396	28	56	84	112	140
16	.27564	27731	27899	28067	28234	28402	28569	28736	28903	29070	28	56	84	112	139
17	.29237	29404	29571	29737	29904	30071	30237	30403	30570	30736	28	56	83	111	139
18	.30902	31068	31233	31399	31565	31730	31896	32061	32227	32392	28	55	83	110	138
19	.32557	32722	32887	33051	33216	33381	33545	33710	33874	34038	27	55	82	110	137
20	.34202	34366	34530	34694	34857	35021	35184	35347	35511	35674	27	55	82	109	136
21	.35837	36000	36162	36325	36488	36650	36812	36975	37137	37299	27	54	81	108	135
22	.37461	37622	37784	37946	38107	38268	38430	38591	38752	38912	27	54	81	107	134
23	.39073	39234	39394	39555	39715	39875	40035	40195	40355	40514	27	53	80	107	133
24	.40674	40833	40992	41151	41310	41469	41628	41787	41945	42104	27	53	79	106	132
25	.42262	42420	42578	42736	42894	43051	43209	43366	43523	43680	26	53	79	105	131
26	.43837	43994	44151	44307	44464	44620	44776	44932	45088	45243	26	52	78	104	130
27	.45399	45554	45710	45865	46020	46175	46330	46484	46639	46793	26	52	77	103	129
28	.46947	47101	47255	47409	47562	47716	47869	48022	48175	48328	26	51	77	102	128
29	.48481	48634	48786	48938	49090	49242	49394	49546	49697	49849	25	51	76	101	126
30	.50000	50151	50302	50453	50603	50754	50904	51054	51204	51354	25	50	75	100	125
31	.51504	51653	51803	51952	52101	52250	52399	52547	52696	52844	25	50	74	99	124
32	.52992	53140	53288	53435	53583	53730	53877	54024	54171	54317	25	49	74	98	123
33	.54464	54610	54756	54902	55048	55194	55339	55484	55630	55775	24	49	73	97	121
34	.55919	56064	56208	56353	56497	56641	56784	56928	57071	57215	24	48	72	96	120
35	.57358	57501	57643	57786	57928	58070	58212	58354	58496	58637	24	48	71	95	118
36	.58779	58920	59061	59201	59342	59482	59622	59763	59902	60042	23	47	70	94	117
37	.60181	60321	60460	60599	60738	60876	61015	61153	61291	61429	23	46	69	92	115
38	.61566	61704	61841	61978	62115	62251	62388	62524	62660	62796	23	46	68	91	114
39	.62932	63068	63203	63338	63473	63608	63742	63877	64011	64145	23	45	67	90	112
40	.64279	64412	64546	64679	64812	64945	65077	65210	65342	65474	22	44	66	88	111
41	.65606	65738	65869	66000	66131	66262	66393	66523	66653	66783	22	44	65	87	109
42	.66913	67043	67172	67301	67430	67559	67688	67816	67944	68072	22	43	64	86	107
43	.68200	68327	68455	68582	68709	68835	68962	69088	69214	69340	21	42	63	84	106
44	.69466	69591	69717	69842	69966	70091	70215	70339	70463	70587	21	41	62	83	104

NATURAL SINES

Degrees	0′ 0°.0	6′ 0°.1	12′ 0°.2	18′ 0°.3	24′ 0°.4	30′ 0°.5	36′ 0°.6	42′ 0°.7	48′ 0°.8	54′ 0°.9	Mean Differences 1	2	3	4	5
45	.70711	70834	70957	71080	71203	71325	71447	71569	71691	71813	20	41	61	82	102
46	.71934	72055	72176	72297	72417	72537	72657	72777	72897	73016	20	40	60	80	100
47	.73135	73254	73373	73491	73610	73728	73846	73963	74080	74148	20	39	59	79	98
48	.74314	74431	74548	74664	74780	74896	75011	75126	75241	75356	20	39	58	77	96
49	.75471	75585	75700	75813	75927	76041	76154	76267	76380	76492	19	38	57	76	94
50	76604	76717	76828	76940	77051	77162	77273	77384	77494	77605	19	37	56	74	93
51	.77715	77824	77934	78043	78152	78261	78369	78478	78586	78694	18	36	54	72	91
52	.78801	78908	79015	79122	79229	79335	79441	79547	79653	79758	18	35	53	71	89
53	.79864	79968	80073	80178	80282	80386	80489	80593	80696	80799	17	35	52	69	87
54	.80902	81004	81106	81208	81310	81412	81513	81614	81714	81815	17	34	51	68	84
55	.81915	82015	82115	82214	82314	82413	82511	82610	82708	82806	16	33	49	66	82
56	.82904	83001	83098	83195	83292	83389	83485	83581	83676	83772	16	32	48	64	80
57	.83867	83962	84057	84151	84245	84339	84433	84526	84619	84712	16	31	47	62	78
58	.84805	84897	84989	85081	85173	85264	85355	85446	85536	85627	15	31	46	61	76
59	.85717	85806	85896	85985	86074	86163	86251	86340	86427	86515	15	30	44	59	74
60	86603	86690	86777	86863	86949	87036	87121	87207	87292	87377	14	29	43	57	72
61	.87462	87546	87631	87715	87798	87882	87965	88048	88130	88213	14	28	42	56	69
62	.88295	88377	88458	88539	88620	88701	88782	88862	88942	89021	14	27	40	54	67
63	89101	89180	89259	89337	89415	89493	89571	89649	89726	89803	13	26	39	52	65
64	.89879	89956	90032	90108	90183	90259	90334	90408	90483	90557	13	25	38	50	63
65	.90631	90704	90778	90851	90924	90996	91068	91140	91212	91283	12	24	36	48	60
66	.91335	91425	91496	91566	91636	91706	91775	91845	91914	91982	12	23	35	46	58
67	.92050	92119	92186	92254	92321	92388	92455	92521	92587	92653	11	22	33	45	56
68	.92718	92784	92849	92913	92978	93042	93106	93169	93232	93295	11	21	32	43	54
69	.93358	93420	93483	93544	93606	93667	93728	93789	93849	93909	10	20	31	41	51
70	.93969	94029	94088	94147	94206	94264	94322	94380	94438	94495	10	19	29	39	49
71	.94522	94609	94665	94721	94777	94832	94888	94943	94997	95052	9	18	28	37	46
72	.95106	95159	95213	95266	95319	95372	95424	95476	95528	95579	9	17	26	35	44
73	.95630	95681	95732	95782	95832	95882	95931	95981	96029	96078	8	17	25	33	41
74	.96126	96174	96222	96269	96316	96363	96410	96456	96502	96547	8	16	23	31	39
75	96593	96638	96682	96727	96771	96815	96858	96902	96945	96987	7	16	22	29	36
76	97030	97072	97113	97155	97196	97237	97278	97318	97358	97398	7	14	20	27	34
77	97437	97476	97515	97553	97592	97630	97667	97705	97742	97778	6	13	19	25	32
78	97815	97851	97887	97922	97958	97992	98027	98061	98096	98129	6	12	17	23	29
79	.98163	98196	98229	98261	98294	98325	98357	98388	98420	98450	5	11	16	21	27
80	98481	98511	98541	98570	98600	98629	98657	98686	98714	98741	5	10	14	19	24
81	98769	98796	98823	98849	98876	98902	98927	98953	98978	99002	4	9	13	17	22
82	99027	99051	99075	99098	99122	99144	99167	99189	99211	99233	4	8	11	15	19
83	99255	99276	99297	99317	99337	99357	99377	99396	99415	99434	3	7	10	13	16
84	..99452	99470	99488	99506	99523	99540	99556	99572	99588	99604	3	6	8	11	14
85	99619	99635	99649	99664	99678	99692	99705	99719	99731	99744	2	5	7	9	11
86	99756	99768	99780	99792	99803	99813	99824	99834	99844	99854	2	4	5	7	9
87	99863	99872	99881	99889	99897	99905	99912	99919	99926	99933	1	3	4	5	6
88	.99939	99945	99951	99956	99961	99966	99970	99974	99978	99982	1	2	2	3	4
89	99985	99988	99990	99993	99995	99996	99998	99999	99999	1.0000	0	1	1	1	1
90	1 000														

NATURAL TANGENTS

Degrees	0' 0°.0	6' 0°.1	12' 0°.2	18' 0°.3	24' 0°.4	30' 0°.5	36' 0°.6	42' 0°.7	48' 0°.8	54' 0°.9	Mean Differences 1	2	3	4	5
0	.00000	00175	00349	00524	00698	00873	01047	01222	01396	01571	29	58	87	116	145
1	.01746	01920	02095	02269	02444	02619	02793	02968	03143	03317	29	58	87	116	145
2	.03492	03667	03842	04016	04191	04366	04541	04716	04891	05066	29	58	87	117	146
3	05241	05416	05591	05766	05941	06116	06291	06467	06642	06817	29	58	88	117	146
4	.06993	07168	07344	07519	07695	07870	08046	08221	08397	08573	29	59	88	117	146
5	.08749	08925	09101	09277	09453	09629	09805	09981	10158	10334	29	59	88	117	147
6	.10510	10687	10863	11040	11217	11394	11570	11747	11924	12101	29	59	88	118	147
7	.12278	12456	12633	12810	12988	13165	13343	13521	13698	13876	30	59	89	118	148
8	.14054	14232	14410	14588	14767	14945	15124	15302	15481	15660	30	59	89	119	149
9	.15838	16017	16196	16376	16555	16734	16914	17093	17273	17453	30	60	90	120	150
10	.17633	17813	17993	18173	18353	18534	18714	18895	19076	19257	30	60	90	120	150
11	.19438	19619	19801	19982	20164	20345	20527	20709	20891	21073	30	60	91	121	152
12	.21256	21438	21621	21804	21986	22169	22353	22536	22719	22903	30	61	92	122	153
13	.23087	23271	23455	23639	23823	24008	24193	24377	24562	24747	31	61	92	124	155
14	.24933	25118	25304	25490	25676	25862	26048	26235	26421	26608	31	62	93	124	155
15	.26795	26982	27169	27357	27545	27732	27920	28109	28297	28486	31	63	94	125	157
16	.28675	28864	29053	29242	29432	29621	29811	30001	30192	30382	32	63	95	127	158
17	.30573	30764	30955	31147	31338	31530	31722	31914	32106	32299	32	64	96	128	160
18	.32492	32685	32878	33072	33266	33460	33654	33848	34043	34238	32	65	97	129	162
19	.34433	34628	34824	35019	35216	35412	35608	35805	36002	36199	33	66	98	131	164
20	.36397	36595	36793	36991	37190	37388	37588	37787	37986	38186	33	66	99	133	166
21	.38386	38587	38787	38988	39190	39391	39593	39795	39997	40200	34	67	101	134	168
22	.40403	40606	40809	41013	41217	41421	41626	41831	42036	42242	34	68	102	136	170
23	.42447	42654	42860	43067	43274	43481	43689	43897	44105	44314	34	69	104	138	173
24	.44523	44732	44942	45152	45362	45573	45784	45995	46206	46418	35	70	105	141	176
25	.46631	46843	47056	47270	47483	47698	47912	48127	48342	48557	36	71	107	143	179
26	.48773	48989	49206	49423	49640	49858	50076	50295	50514	50733	36	73	109	145	182
27	.50953	51173	51393	51614	51835	52057	52279	52501	52724	52947	37	74	111	148	185
28	53171	53395	53620	53844	54070	54296	54522	54748	54975	55203	38	75	113	151	188
29	.55431	55659	55888	56117	56347	56577	56808	57039	57271	57503	38	77	115	154	192
30	.57735	57968	58201	58435	58670	58905	59140	59376	59612	59849	39	78	118	157	196
31	.60086	60324	60562	60801	61040	61280	61520	61761	62003	62245	40	79	120	160	200
32	62487	62730	62973	63217	63462	63707	63953	64199	64446	64693	41	82	123	164	205
33	.64941	65189	65438	65688	65938	66189	66440	66692	66944	67197	42	84	126	167	209
34	67451	67705	67960	68215	68471	68728	68985	69243	69502	69761	43	86	129	171	214
35	.70021	70281	70542	70804	71066	71329	71593	71857	72122	72388	44	88	132	176	219
36	72654	72921	73189	73457	73726	73996	74267	74538	74810	75082	45	90	135	180	225
37	75355	75629	75904	76180	76456	76733	77010	77289	77568	77848	46	92	139	185	231
38	78129	78410	78692	78975	79259	79544	79829	80115	80402	80690	47	95	142	190	237
39	80978	81268	81558	81849	82141	82434	82727	83022	83317	83613	49	98	147	195	244
40	83910	84208	84507	84306	85107	85408	85710	86014	86318	86623	50	100	151	201	252
41	.86929	87236	87543	87852	88162	88473	88784	89097	89410	89725	52	103	155	207	259
42	90040	90357	90674	90993	91313	91633	91955	92277	92601	92926	53	107	160	214	268
43	93252	93578	93906	94235	94565	94896	95229	95562	95897	96232	55	111	165	221	276
44	96569	96907	97246	97586	97927	98270	98613	98958	29304	99652	57	114	171	229	286

NATURAL COSINES

*Numbers in difference columns to be subtracted, not added

Degrees	0′ 0°.0	6′ 0°.1	12′ 0°.2	18′ 0°.3	24′ 0°.4	30′ 0°.5	36′ 0°.6	42′ 0°.7	48′ 0°.8	54′ 0°.9	Mean Differences 1	2	3	4	5
45	.70711	70587	70463	70339	70215	70091	69966	69842	69717	69591	21	41	62	83	104
46	69466	69340	69214	69088	68962	68835	68709	68582	68455	68327	21	42	63	84	106
47	68200	68072	67944	67816	67688	67559	67430	67301	67172	67043	21	43	64	86	107
48	66913	66783	66653	66523	66393	66262	66131	66000	65869	65738	22	44	65	87	109
49	65606	65474	65342	65210	65077	64945	64812	64679	64546	64412	22	44	66	88	111
50	64279	64145	64011	63877	63742	63608	63473	63338	63203	63068	22	45	67	90	112
51	62932	62796	62660	62524	62388	62251	62115	61978	61841	61704	23	45	68	91	114
52	61566	61429	61291	61153	61015	60876	60738	60599	60460	60321	23	46	69	92	115
53	60181	60042	59902	59763	59622	59482	59342	59201	59061	58920	23	47	70	94	117
54	58779	58637	58496	58354	58212	58070	57928	57786	57643	57501	24	47	71	95	118
55	.57358	57215	57071	56928	56784	56641	56497	56353	56208	56064	24	48	72	96	120
56	55919	55775	55630	55484	55339	55194	55048	54902	54756	54610	24	49	73	97	121
57	54464	54317	54171	54024	53877	53730	53583	53435	53288	53140	24	49	74	98	123
58	.52992	52844	52696	52547	52399	52250	52101	51952	51803	51653	25	50	74	99	124
59	51504	51354	51204	51054	50904	50754	50603	50453	50302	50151	25	50	75	100	125
60	.50000	49849	49697	49546	49394	49242	49090	48938	48786	48634	25	51	76	101	126
61	48481	48328	48175	48022	47869	47716	47562	47409	47255	47101	26	51	77	102	128
62	46947	46793	46639	46484	46330	46175	46020	45865	45710	45554	26	52	77	103	129
63	45399	45243	45088	44932	44776	44620	44464	44307	44151	43994	26	52	78	104	130
64	.43837	43680	43523	43366	43209	43051	42894	42736	42578	42420	26	53	79	105	131
65	42262	42104	41945	41787	41628	41469	41310	41151	40992	40833	26	53	79	106	132
66	.40674	40514	40355	40195	40035	39875	39715	39555	39394	39234	27	53	80	107	133
67	39073	38912	38752	38591	38430	38268	38107	37946	37784	37622	27	54	81	107	134
68	37461	37299	37137	36975	36812	36650	36488	36325	36162	36000	27	54	81	108	135
69	35837	35674	35511	35347	35184	35021	34857	34694	34530	34366	27	54	82	109	136
70	34202	34038	33874	33710	33545	33381	33216	33051	32887	32722	27	55	82	110	137
71	32557	32392	32227	32061	31896	31730	31565	31399	31233	31068	28	55	83	110	138
72	30902	30736	30570	30403	30237	30071	29904	29737	29571	29404	28	56	83	111	139
73	29237	29070	28903	28736	28569	28402	28234	28067	27899	27731	28	56	84	112	139
74	.27564	27396	27228	27060	26892	26724	26556	26387	26219	26050	28	56	84	112	140
75	.25882	25713	25545	25376	25207	25038	24869	24700	24531	24362	28	56	82	113	141
76	.24192	24023	23853	23684	23514	23345	23175	23005	22835	22665	28	57	85	113	141
77	.22495	22325	22155	21985	21814	21644	21474	21303	21132	20962	28	57	85	114	142
78	20791	20620	20450	20279	20108	19937	19766	19595	19423	19252	29	57	86	114	143
79	.19081	18910	18738	18567	18395	18224	18052	17880	17708	17537	29	57	86	114	143
80	17365	17193	17021	16849	16677	16505	16333	16160	15988	15816	29	57	86	115	144
81	15643	15471	15299	15126	14954	14781	14608	14436	14263	14090	29	58	86	115	144
82	.13917	13744	13572	13399	13226	13053	12880	12706	12533	12360	29	58	87	115	144
83	12187	12014	11840	11667	11494	11320	11147	10973	10800	10626	29	58	87	116	145
84	10453	10279	10106	09932	09758	09585	09411	09237	09063	08889	29	58	87	116	145
85	08716	08542	08368	08194	08020	07846	07672	07498	07324	07150	29	58	87	116	145
86	06976	06802	06627	06453	06279	06105	05931	05756	05582	05408	29	58	87	116	145
87	.05234	05059	04885	04711	04536	04362	04188	04013	03839	03664	29	58	87	116	145
88	.03490	03316	03141	02967	02792	02618	02443	02269	02094	01920	29	58	87	117	145
89	01745	01571	01396	01222	01047	00873	00698	00524	00349	00175	29	58	87	117	145
90	0000														

NATURAL COSINES

Numbers in difference columns to be subtracted not added

Degrees	0′ 0°.0	6′ 0° 1	12′ 0° 2	18′ 0°.3	24′ 0° 4	30′ 0° 5	36′ 0°.6	42′ 0° 7	48′ 0° 8	54 0° 9	Mean Differences 1	2	3	4	5
0	1 000	99999	99999	99999	99998	99996	99995	99993	99990	99988	0	1	1	1	1
1	99985	99982	99978	99974	99970	99966	99961	99956	99951	99945	1	2	2	3	4
2	.99939	99931	99926	99919	99912	99905	99897	99889	99881	99872	1	3	4	5	6
3	.99863	99854	99844	99834	99824	99813	99803	99792	99780	99768	2	4	5	7	9
4	99756	99744	99731	99719	99705	99692	99678	99664	99649	99635	2	5	7	9	11
5	.99619	99604	99588	99572	99556	99540	99523	99506	99488	99470	3	6	8	11	14
6	99452	99434	99415	99396	99377	99357	99337	99317	99297	99276	3	7	10	13	16
7	.99255	99233	99211	99189	99167	99144	99122	99098	99075	99051	4	8	11	15	19
8	.99027	99002	98978	98953	98927	98902	98876	98849	98823	98796	4	9	13	17	22
9	.98769	98741	98714	98686	98657	98629	98600	98570	98541	98511	5	10	14	19	24
10	.98481	98450	98420	98388	98357	98325	98294	98261	98229	98196	5	11	16	21	27
11	.98163	98129	98096	98061	98027	97792	97958	97922	97887	97851	6	12	17	23	29
12	.97815	97778	97742	97705	97667	97630	97592	97533	97515	97478	6	13	19	25	32
13	.97437	97398	97358	97318	97278	97237	97196	97155	97113	97072	7	14	20	27	34
14	.97030	96987	96945	96902	96858	96815	96771	96727	96682	96638	7	16	22	29	36
15	.96593	96547	96502	96456	96410	96363	96316	96269	96222	96174	8	16	23	31	39
16	.96126	96078	96029	95981	95931	95882	95832	95782	95732	95681	8	17	25	33	41
17	95630	95579	95528	95476	95424	95372	95319	95266	95213	95159	9	17	26	35	44
18	.95106	95052	94997	94943	94888	94832	94777	94721	94665	94609	9	18	28	37	46
19	94552	94495	94438	94380	94322	94264	94206	94147	94088	94029	10	19	29	39	49
20	93969	93909	93849	93789	93728	93667	93606	93544	93483	93420	10	20	31	41	51
21	.93358	93295	93232	93169	93106	93042	92978	92913	92849	92784	10	21	32	43	54
22	92718	92653	92587	92521	92455	92388	92321	92254	92186	92119	11	22	33	45	56
23	.92050	91982	91914	91845	91775	91706	91636	91566	91496	91425	11	23	35	46	58
24	.91355	91283	91212	91140	91068	90996	90924	90851	90778	90704	12	24	36	48	60
25	.90631	90557	90483	90408	90334	90259	90183	90108	90032	89956	13	25	38	60	63
26	.89879	89803	89726	89649	89571	89493	89415	89337	89259	89180	13	26	39	52	65
27	.89101	89021	88942	88862	88782	88701	88620.	88539	88458	88377	13	27	40	54	67
28	88295	88213	88130	88048	87965	87882	87798	87715	87631	87546	14	28	42	56	69
29	.87462	87377	87292	87207	87121	87036	86949	86863	86777	86690	14	29	43	57	72
30	.86603	86515	86427	86340	86251	86163	86074	85985	95896	85806	15	30	41	59	74
31	.85717	85627	85536	85446	85355	85364	85173	85081	84989	84897	16	30	46	61	76
32	.84805	84712	84619	84526	84433	84339	84245	84151	84057	83962	16	31	47	62	78
33	.83867	83772	83676	83581	83485	83389	83292	83195	83098	83001	16	32	48	64	80
34	.82904	82806	82708	82610	82511	82413	82314	82214	82115	82015	16	33	49	66	82
33	.81915	81815	81714	81614	81513	81412	81310	81208	81106	81004	17	34	51	68	84
36	.80902	80799	80696	80593	80489	80386	80282	80178	80073	79968	17	35	52	69	87
37	.79864	79758	79653	79547	79441	79335	79229	79122	79015	78908	18	35	53	71	89
38	.78801	78693	78586	78478	78369	78261	78152	78043	77934	77824	18	36	54	72	91
39	.77715	77605	77494	77384	77273	77162	77051	76940	76828	76717	18	37	56	74	93
40	.76604	76492	76380	76267	76154	76041	75927	75813	75700	75585	19	38	57	76	94
41	.75471	75356	75241	75126	75011	74896	74780	74664	74548	74431	19	39	58	77	96
42	.74314	74198	74080	73963	73846	73728	73610	73491	73373	73254	20	39	59	79	98
43	73135	73016	72897	72777	72657	72537	72417	72297	72176	72055	20	40	60	80	100
44	.71934	71813	71691	71569	71447	71325	71203	71080	70957	70834	20	41	61	82	102

NATURAL TANGENTS

Degrees	0′ 0°·0	6′ 0°·1	12′ 0°·2	18′ 0°·3	24′ 0°·4	30′ 0°·5	36′ 0°·6	42′ 0°·7	48′ 0°·8	54′ 0°·9	Mean Differences 1	2	3	4	5
45	1·00000	00350	00701	01053	01406	01761	02117	02474	02833	03192	58	118	177	237	296
46	1·03553	03915	04279	04644	05010	05378	05747	06117	06489	06862	61	123	184	245	307
47	1·07437	07613	07990	08369	08749	09131	09514	09899	10285	10672	63	127	191	255	319
48	1·11061	11452	11844	12239	12633	13029	13428	13828	14229	14632	66	132	199	265	331
49	1·15037	15443	15851	16261	16672	17085	17500	17916	18334	18754	69	138	207	276	344
50	1·19175	19599	20024	20451	20879	21310	21742	22176	22612	23050	72	143	216	288	357
51	1·23490	23931	24375	24820	25268	25717	26169	26622	27077	27535	75	150	225	300	375
52	1·27994	28456	28919	29385	29853	30323	30795	31269	31745	32224	78	157	235	314	392
53	1·32704	33187	33673	34160	34650	35142	35637	36134	36633	37134	82	165	247	329	411
54	1·37638	38145	38653	39165	39679	40195	40714	41235	41759	42286	86	172	258	345	431
55	1·42815	43347	43881	44418	44958	45501	46046	46595	47146	47700	91	181	272	362	453
56	1·48256	48816	49378	49944	50512	51084	51658	52235	52816	53400	95	191	286	382	477
57	1·53987	54576	55170	55767	56366	56969	57575	58184	58797	59414	100	201	302	401	504
58	1·60033	60657	61283	61914	62548	63185	63826	64471	65120	65772	106	213	319	420	533
59	1·66428	67088	67752	68419	69091	69766	70446	71129	71817	72509	113	226	339	452	564
60	1·73205	73905	74610	75319	76032	76749	77471	78198	78929	79665	120	240	360	481	600
61	1·80405	81150	81900	82654	83413	84177	84946	85720	86500	87283	128	255	383	511	639
62	1·88073	88867	89667	90472	91282	92098	92920	93746	94579	95417	136	273	409	546	683
63	1·96261	97111	97967	98828	99695	2·00569	2·01449	2·02335	2·03227	2·04125	146	292	438	584	731
64	2·05030	05942	06860	07785	08716	09654	10600	11552	12511	13477	157	314	471	629	786
65	2·14451	15432	16420	17416	18419	19430	20449	21475	22510	23553	169	338	508	677	846
66	2·24604	25663	26730	27806	28891	29984	31086	32197	33317	34447	183	366	549	732	915
67	2·35585	36733	37891	39058	40235	41421	42618	43825	45043	46270	199	397	596	795	954
68	2·47509	48758	50018	51289	52571	53865	55170	56487	57815	59156					
69	2·60509	61874	63252	64642	66046	67462	68892	70335	71792	73263					
70	2·74748	76247	77761	79289	80833	82391	83965	85556	87161	88783					
71	2·90421	92076	93748	95437	97144	98868	3·00611	3·02372	3·04152	3·05950					
72	3·07768	09606	11464	13341	15240	17159	19100	21063	23048	25055					
73	3·27085	29139	31216	33317	35443	37594	39771	41973	44202	46458					
74	3·48741	51053	53393	55761	58160	60588	63048	65538	68061	70616					
75	3·73205	75828	78485	81177	83906	86671	89474	92316	95196	98117					
76	4·01078	04081	07127	10216	13350	16530	19756	23030	26352	29724					
77	4·33148	36623	40152	43735	47374	51071	54826	58641	62518	66458					
78	4·70463	74534	78673	82882	87162	91516	95945	5·00451	5·05037	5·09704					
79	5·14455	19293	24218	29235	34345	39552	44857	50264	55777	61397					
80	5·67128	72974	78938	85024	91236	97576	6·04051	6·10664	6·17419	6·24321					
81	6·31375	38587	45961	53503	61220	69116	77199	85475	93952	7·02637					
82	7·11537	20661	30018	39616	49465	59575	69957	80622	91582	8·02848					
83	8·14435	26356	38625	51259	64275	77689	91520	9·05789	9·20516	9·35724					
84	9·51436	9·6768	9·8448	10·019	10·199	10·385	10·579	10·780	10·988	11·205					
85	11·430	11·664	11·909	12·163	12·429	12·706	12·996	13·300	13·617	13·951					
86	14·301	14·669	15·056	15·464	15·895	16·350	16·832	17·343	17·886	18·464					
87	19·081	19·740	20·446	21·205	22·022	22·904	23·859	24·898	26·031	27·271					
88	28·636	30·145	31·821	33·694	35·801	38·188	40·917	44·066	47·740	52·081					
89	57·290	63·657	71·615	81·847	95·489	114·60	143·24	190·98	286·48	572·96					
90	∞														

Mean differences cease to be sufficiently accurate

चुना हुआ निर्देश

अध्याय-1

1. प्रैक्टिकल मैथ—पालमर, बिब, जारविस तथा भरान्तेक पब्लिकेशन मेकग्रा—हिल कम्पनी
   अध्याय 1, 2, और 3 पेज 3—44
2. प्रैक्टिकल मैथ—होवस, मेकीने तथा दलजेल पब्लिकेशन—डा. बी. तारापोरेवाला सन्ज़ तथा कम्पनी प्राईवेट लिमिटिड
   पेज 4—170
3. मशीन शाप मैथ—आरन एैक्सेलार्ड
   पब्लिकेशन : मेकग्रा—हिल बुक कम्पनी
   पेज 1—25
4. मैथ फार इलैक्ट्रीकल इन्जीनियरिंग टैक्नीशन रोमने तथा मैटिस
   पब्लिकेशन : दी इंगलिश हिवरिसटी प्रैस पेज 1—19

अध्याय-2

1. प्रैक्टिकल मैथ—हावज, मेकीने तथा दलजेल
   पब्लिकेशन : डी. बी. तारापोरेवाला सन्ज़
   तथा कम्पनी प्राईवेट लिमिटिड
   पेज 237—254 तथा 260.
2. मैथ फार इलैक्ट्रीकल इन्जीनियरिंग टैकनीशन
   रोमने तथा मैटिस.
   पब्लिकेशन—दी इन्गलिश यूनिवर्सिटी प्रेस. पेज 20—23
3. एस. आई. यूनिटस—ए सोरस बुक—जी. एस रामा स्वामी तथा बी. बी. एल राओ,
   पब्लिकेशन : टाटा मेकग्रा—हिल पब्लिशिंग कम्पनी
   पेज 9—13 तथा 30—56
4. कनवरशन फैक्टर तथा कनवरशन टेबलस आइ. एस. 786—1967.

अध्याय-3

1. मैथ फार मैकैनीकल इन्जीनियरिंग टैकनीशन ग्रीट तथा टेलर, वाल्यूम. I
   पब्लिकेशन : जार्ज रोलन तथा अनविन लिमिटिड पेज 29—36

2. प्रैक्टिकल मैथ, हावस, मेकीने तथा देल जेल,
पब्लिकेशन : डी. बी. तारापोरेवाला सन्ज़ तथा कम्पनी प्राईवेट लिमिटेड, पेज 285—299
बेसिक मैथ फार इलैक्ट्रीकल तथा इलैक्ट्रोनिकस सिंगर
पब्लिकेशन : मेकग्रा—हिल बुक कम्पनी
पेज 150 — 175

अध्याय-4

1. प्रैक्टीकल मैथ हाबज मैकीने तथा दलजेल.
पब्लिकेशन : डी.बी तारापोरेवाला सन्ज़ तथा कम्पनी प्राईवेट लिमिटेड
पेज 181 से 205.

2. मैथ फार टैकनीशन स्टुडैंटस ए. गियरे, एच. वी लोरी एच. ए. हेदन.
पब्लिकेशन : इ. एल. वी. एस लो प्राईसड टैक्सट बुक
पेज 24 - 26

3. प्रैक्टीकल मैथ—पालमर, बिब, जारविस तथा मराचेक
पब्लिकेशन : मैकग्रा—हिल बुक कम्पनी
पेज 48—56

अध्याय-5

1. मशीन शाप मैथ—आरन एक्सल रोड
पब्लिकेशन : मैकग्रा—हिल बुक कम्पनी
पेज 146 = 151

2. प्रैक्टिकल मैथ—पालमर, बिब जारविस तथा मरान्तेक
पब्लिकेशन-मैकग्रा-हिल बुक कम्पनी । पेज 59—66

3. प्रैक्टिकल मैथ-हावस, मैकने तथा दलजेल
पब्लिकेशन: डी. वी. तारापोरेवाला सन्ज तथा कम्पनी लिमिटिड, पेज 307—313

अध्याय 6 तथा 7

1. अैलजैबरा, पार्ट—1 शान्ति नारायण मोहन लाल
पब्लिकेशन —नैशनल कौंसल आफ एजूकेशनल रिसर्च तथा ट्रेनिंग
पेज 98—125, 198—234 तथा 250—260

2. कालिज अैलजैबरा—रीस तथा स्पकिस
पब्लिकेशन : मेकग्रा—हिल बुक कम्पनी
पेज 145—172 तथा 198—233

3, टैक्नीकल मैथ—डी. पैरी
पब्लिकेशन —हीने मैन एजूकेशनल बुक्स लिमिटिड
पेज 86—164.

अध्याय-8

1. प्रैक्टीकल मैथ-हावस, मैकीने तथा दल जेल
पब्लिकेशन डी. वी, तारा पारेवाला सन्ज तथा कम्पनी प्राईवेट लिमिटिड. पेज 531-564.

2. मैथ फार मैकैनिकल इन्जीनियरिंग, टैक्नीशन ग्रीट और टेलर, बुक
पब्लिकेशन : जार्ज ऐलन/ अनविन लिमिटिड पेज 83-101

3. मैथ इलैक्ट्रीकल इन्जीनियरिंग टैक्नीशनज रोमने और मौरिस

पब्लिकेशन : दी इंगलिश यूनिवर्सिटी प्रैस
पेज 76—85

अध्याय-9

1. प्रैक्टिकल मैथ—पालमर, बिब, जारविस/और मेरान्तेक
पब्लिकेशन : मेकग्रा - हिल बुक कम्पनी
पेज 265—274 तथा 309—340.

2. मैथ फार इलैक्ट्रीकल इन्जीनियरिंग टैक्नीशन रोमने तथा मोरिस
पब्लिकेशन : दी इंग्लिश यूनिवर्सिटी प्रैस।
पेज 193—215

3. अैलीमैन्ट्री वर्कशाप कैलकुलेशन एस. आई यूनिटस डब्लयू ऐ. जे. चैपमैन.
पब्लिकेशन : ई.एल.वी. एस लो प्राईसड एडीशन
पेज 62 – 81

अध्याय-10

1. ऐलमैन्ट्री वर्कशाप कैलकुलेशन- डब्ल्यू. ए. जे. चेयरमैन
पब्लिकेशन : ई. एल. बी. एस. लो प्राईसड एडीशन
पेज 193—222

2. मैशीनरी हैंड बुक
पब्लिकेशन : इन्डस्ट्रियल प्रैस आई, एन. सी.
पेज 149—170

3. मैथ और साईंस फार पार्ट-2, मोटर व्हीकल टैकनीशन वाल्यूम—1, वी. ए. लेबर जी. ई. स्काट
पब्लिकेशन : दी इंग्लिश यूनिवर्सिटी प्रैस
पेज 14—22

अध्याय-11

1. ऐलीमैन्ट्री वर्कशाप कैलकुलेशन—डब्ल्यू ए. जे चैपमैन
पब्लिकेशन : इ. एल. बी. एस. न्यून मूल्य एडीशन

2. बेसिक मैथ फार इलैक्ट्रीसिटी तथा इलैक्ट्रोनिक्स सिंगर
पब्लिकेशन : मैकग्रा-हिल बुक कम्पनी
पेज 349—365

3. मशीन शाप मैथ—आरन ऐक्सल रोड़
पब्लिकेशन : मैकग्रा—हिल बुक कम्पनी
पेज 160—182

अध्याय-12

1. मैथ तथा साईस फार पार्ट-2 मोटर व्हीकल

टैकनीशन वाल्यूम-1-बी.ए. लेबर तथा जी.ई. स्काट
पेज 37—53

2. मैथ फार इलैक्ट्रीकल इन्जीनीयरिंग टैक्नीशन रोमने तथा मोरिस
पब्लिकेशन : दी इंग्लिश यूनिवर्सिटी प्रैस पेज 30—42

3. प्रैक्टीकल मैथ—पालमर-बिव, जारविस तथा मराल्तेक
पब्लिकेशन मेकग्रा-हिल बुक कम्पनी
पेज 241—257

4. सीनियर वर्कशाप कैलकुलेशन-डब्ल्यू. ए. जे. चैपमैन
पब्लिकेशन ओरीऐन्ट लान्गमैन
पेज 347—403

अध्याय-13

1. मशीन शाप मैथ-आरन एक्सल रोड
पब्लिकेशन : मैकग्रा-हिल बुक कम्पनी, पेज 193-278

2. ऐलीमैन्टस ऑफ वर्कशाप टैक्नोलोजी-वाल्यूम-11-8 एस. के. हाजरा चौधरी तथा एस. के. बोस
पब्लिकेशन : एशिया पब्लिशिंग हाउस

3. सीनियर वर्कशाप कैलकुलेशन-डब्ल्यू ए.जे. चैपमैन. पब्लिकेशन ओरीऐंट लांगमैन पेज 6—211

4. प्रैक्टीकल शाप मैथ, वाल्यूम-11 जोन एच. वुल्फ़ और ऐवरेट आर फिलेपस
पब्लिकेशन मैकग्रा-हिल बुक कम्पनी, पेज 165-263

5. वर्कशाप कैलकुलेशन-डी. राये, पब्लिकेशन : कलकत्ता बुक हाउस

अध्याय-14

1. ऐलीमैन्टस आफ वर्कशाप टैक्नालोजी
वाल्यूम-1 एस. के. हाजरा चौधरी
पब्लिकेशन : एशिया पब्लिकेशन हाउस
पेज 351—430

2. फांऊडरी इजीनियरिंग-हावर्ड एफ. टेलट,
मारटन सी. फलैमिगज तथा जोन वुल्फ़
पब्लिकेशन : विले ईस्ट्रन प्राईवेट लिमिटिड

अध्याय-15

1. बैसिक मैथ फार इलैक्ट्रीसिटी तथा इलैक्ट्रोनिक्स सिंगर
पब्लिकेशन : मेकग्रा-हिल बुक कम्पनी

2. प्राबलमस इन इलैक्ट्रीकल इंजीनियरिंग एस पारकर स्मिथ
पब्लिकेशन : एशिया पब्लिशिंग हाउस

3. एलीमैन्ट्री इलैक्ट्रीकल इंजीनियरिंग-एम. एल. गुप्ता
पब्लिकेशन : न्यू हाईटस